TD DE MATEMÁTICA

NOME:____

PROFESSOR: ANANIAS RIBEIRO **DATA:**____/____/____

Revisão para VP.03 – 9° ano – Álgebra

- **Equações do 2° grau com uma incógnita;**
- **Resolução de uma equação do 2° grau incompleta;**
- **Resolução de uma equação do 2° grau completa;**
- **Fórmula de resolução de equação do 2° grau;**
- **Análise das raízes de uma equação do 2° grau;**
- **Resolvendo problemas que envolvem equações do 2° grau.**

Equações do 2º grau

As equações do segundo grau são abordadas na história da matemática desde a época dos egípcios, babilônios (povo da Antiguidade que viveu no Médio Oriente), gregos, hindus e chineses. O primeiro registro das equações polinomiais do 2º grau foi feita pelos babilônios. Eles tinham uma álgebra bem desenvolvida e resolviam equações de segundo grau por métodos semelhantes aos atuais ou pelo método de completar quadrados. Como as resoluções dos problemas eram interpretadas geometricamente não fazia sentido falar em raízes negativas. O estudo de raízes negativas foi feito a partir do século XVIII. As equações do 2º grau ou equações quadráticas são da forma: $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais com a diferente de zero.

a é o coeficiente de x^2 b é o coeficiente de x c é o termo independente.

Equações Completas do 2ºgrau

Uma equação do 2º grau é *completa* quando a, b e c são diferentes de zero.

Exemplos:

I) $2x^2 - 7x + 5 = 0$ ($a = 2, b = -7, c = 5$) II) $3x^2 + x + 2 = 0$ ($a = 3, b = 1, c = 2$)

Equações incompletas do 2º grau

Uma equação do segundo grau é incompleta se $b = 0$ ou $c = 0$ ou $b = c = 0$. Na equação incompleta o coeficiente a é diferente de zero.

Exemplos:

I) $4x^2 + 6x = 0$ ($a = 4, b = 6, c = 0$)

II) $-3x^2 - 9 = 0$ ($a = -3, b = 0, c = -9$)

III) $2x^2 = 0$ ($a = 2, b = 0, c = 0$)

Raízes de uma equação do 2º grau

Resolver uma equação do 2º grau significa determinar suas raízes.

Raiz é o número real que, ao substituir a incógnita de uma equação, transforma-a numa sentença verdadeira.

O conjunto formado pelas raízes de uma equação denomina-se conjunto verdade ou conjunto solução.

Resolução de Equações Incompletas

Equações do tipo $ax^2 = 0$: Basta dividir toda a equação por a para obter: $x^2 = 0$. Significando que a equação possui duas raízes iguais a zero.

Equações do tipo $ax^2 + bx = 0$: Neste caso, fatoramos a equação para obter: $x(ax + b) = 0$ e a equação terá duas raízes:

$x' = 0$ ou $x'' = -b/a$.

Equações do tipo $ax^2 + c = 0$: Novamente dividimos toda a equação por a e passamos o termo constante para o segundo membro para obter:

$x^2 = -c/a$.

Se $-c/a$ for negativo, não existe solução no conjunto dos números reais.

Se $-c/a$ for positivo, a equação terá duas raízes com o mesmo valor absoluto (módulo), mas de sinais contrários.

Resolução de Equações Completas

Fórmula Resolutiva

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Delta ou Discriminante

O polinômio dentro da raiz da fórmula resolutiva ou geral é chamado de delta ou discriminante.

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

Dessa forma, a fórmula geral pode ser escrita na forma

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

De acordo com o valor de delta, é possível tirar algumas conclusões sobre a equação.

Se $\Delta > 0$, a equação terá duas raízes reais e distintas.

Se $\Delta = 0$, a equação terá duas raízes reais e iguais.

Se $\Delta < 0$, a equação não terá raízes reais, terá duas complexas.

Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau

Soma das raízes (*S*) **$S = x' + x'' = -b/a$**

Produto das raízes (*P*) **$P = x' . x'' = c/a$**

Denominamos essas relações de **relações de Girard**.

Composição de uma equação do 2º grau, conhecido as raízes

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Exercícios

01. Quais das equações abaixo são do 2º grau?

( ) $x - 5x + 6 = 0$

( ) $2x^3 - 8x^2 - 2 = 0$

( ) $x^2 - 7x + 10 = 0$

( ) $4x^2 - 1 = 0$

( ) $0x^2 + 4x - 3 = 0$

( ) $x^2 - 7x = 3$

02. Classifique as equações do 2º grau em completas ou incompletas e determine os coeficientes a, b, c.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c) $-x^2 - 7x = 0$

d) $x^2 - 16 = 0$

e) $x^2 + 0x + 0 = 0$

03. Determine as raízes das equações do 2° grau dos itens da questão anterior:

04. Observe a equação a seguir $x(4x - 1) = 3(x + 1)$. Uma das raízes dessa equação é o número:

a) 1,5
b) -1,5
c) 0,5
d) 2,5
e) 1

05. (FUVEST) A soma dos valores de m para os quais x = 1 é raiz da equação:

$x^2 + (1 + 5m - 3m^2)x + (m^2 + 1) = 0$; é igual a:

a) 2
b) 3/2
c) 3
d) 5/2
e) 4

06. Sabe-se que a equação $5x^2 - 4x + 2m = 0$ tem duas raízes reais e diferente. Nessas condições, determine os valores de 'm'.

07. Determine o valor de ‘p’ na equação $x^2 - px + 9 = 0$ para que essa equação tenha um única raiz real.

08. Na equação $px^2 - 2(q-1)x + 6 = 0$, a soma das raízes é -3, e o produto das raízes é 3. Nessas condições, qual é o valor de q?
a) 3
b) 2
c) 1
d) -1
e) -2

09. Se **S** é o número que expressa a expressa a soma, e **P** o número que expressa o produto das raízes da equação $2x^2 + 5x - 3 = 0$, então a razão $\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{P}}$ vale:
a) $\frac{5}{3}$
b) $-\frac{5}{3}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $-\frac{3}{5}$
e) $-\frac{2}{3}$

10. Em um retângulo, a área pode ser obtida multiplicando-se o comprimento pela largura. Em determinado retângulo que tem 54 cm^2 de área, o comprimento é expresso por $(x - 1)$ cm, enquanto a largura é expressa por $(x - 4)$ cm. Nessas condições, determine o valor de x.

11. Ao se inscrever para participar de uma feira, um expositor recebeu a informação de que seu estande deveria ocupar uma área de 21,25 metros quadrados, ter formato retangular e perímetro igual a 22 metros. Que dimensões seu estande deveria ter?

12. O volume de um paralelepípedo retângulo é obtido multiplicando-se as três dimensões desse paralelepípedo. Sabe-se que as dimensões de certo paralelepípedo retângulo são expressas por 3cm, $(3 - 2x)$ cm e $(3 - x)$ cm, e o seu volume é de 15 cm^3. A soma, em centímetros, das três dimensões desse paralelepípedo é:
a) 3,125
b) 3,25
c) 4,5
d) 7,5
e) 5,25