UNIDAD 5
MIEMBROS A FLEXIÓN:
VIGAS

Objetivo: Estudiar el comportamiento de elementos sometidos a flexión, como las vigas. Al aplicar una fuerza perpendicular al eje longitudinal del miembro, se desarrolla una tensión de compresión en ciertas fibras de la sección transversal mientras que otras fibras se encontrarán traccionadas, para dichos esfuerzos internos se deben diseñar las secciones que soportarán tales solicitaciones.

Temario:

3.1 INTRODUCCIÓN
3.2 NOTACIÓN Y DEFINICIONES
3.3 PERFILES USADOS COMO VIGAS
3.4 ESFUERZOS DE FLEXIÓN
3.5 ARTICULACIONES PLÁSTICAS
3.6 DISEÑO ELÁSTICO
3.7 EL MÓDULO PLÁSTICO
3.8 TEORÍA DEL ANÁLISIS PLÁSTICO
3.9 EL MECANISMO DE FALLA
3.10 EL MÉTODO DEL TRABAJO VIRTUAL
3.11 LOCALIZACIÓN DE LA ARTICULACIÓN PLÁSTICA PARA CARGAS UNIFORMES
3.12 VIGAS CONTINUAS
3.13 MARCOS DE EDIFICIOS
3.14 DISEÑO DE VIGAS POR MOMENTOS
3.15 PANDEO ELÁSTICO – MOMENTO PLÁSTICO TOTAL, ZONA 1
3.16 DISEÑO DE VIGAS, ZONA 1
3.17 SOPORTE LATERAL DE VIGAS
3.18 INTRODUCCIÓN ALPANDEO INELÁSTICO, ZONA 2
3.19 CAPACIDAD POR MOMENTO, ZONA 2
3.20 PANDEO ELÁSTICO, ZONA 3
3.21 SECCIONES NO COMPACTAS
3.22 DISEÑO DE VIGAS CONTINUAS
3.23 FUERZA Y ESFUERZO CORTANTE
3.24 DEFLEXIONES
3.25 ALMAS Y PATINES CON CARGAS CONCENTRADAS
3.26 FLEXIÓN ASIMÉTRICA
3.27 DISEÑO DE LARGUEROS
3.28 EL CENTRO DE CORTANTE
3.29 PLACAS DE ASIENTO PARA VIGAS

3.1 INTRODUCCIÓN

Las vigas soportan cargas aplicadas en ángulo recto (transversalmente) al eje longitudinal del miembro. Tales cargas están usualmente dirigidas hacia abajo, como se muestra en la Figura 5.1(a). La viga lleva la carga a los soportes que pueden consistir en muros de carga, columnas u otras vigas a las que se conecta estructuralmente. En los soportes, las "reacciones" hacia arriba tienen una magnitud total igual al peso de la viga más las cargas aplicadas *P*. Como el peso de la viga no se conoce hasta que ha sido diseñada, el diseño empieza con una estimación preliminar del peso que está sujeta a una posterior revisión y corrección.

Imaginemos un diagrama de cuerpo libre en la porción izquierda de la viga de la Figura 5.1(b) con el momento flexionante (M) y la fuerza cortante (V) necesarios en la sección cortada para mantener el equilibrio estático. El problema del diseño de una viga consiste principalmente en proporcionar suficiente resistencia a la flexión y suficiente resistencia a la fuerza cortante en toda la sección del claro. Para claros cortos, es más económico usar una sola sección transversal para todo el claro, en cuyo caso sólo tienen que determinarse los valores máximos del momento flexionante y fuerza cortante.

Una viga simplemente apoyada [Figura 5.1(a)] está soportada verticalmente en cada extremo con poca o ninguna restricción rotatoria y las cargas hacia abajo generan un momento flexionante positivo en todo el claro. La parte superior de la viga se acorta, debido a la compresión, y la parte inferior de la viga se alarga, debido a la tensión ó tracción [Figura 5.1(d)]. La sección transversal más económica de vigas laminadas de acero, que se muestra en la Figura 5.1(c), es el perfil W, que tiene gran parte de su material en los patines superior e inferior, donde es más efectivo para resistir el momento flexionante. El alma de la viga proporciona la mayor parte de la resistencia al cortante y por ello resulta ligeramente deformada como se muestra en la Figura 5.1(e). La contribución de esta deformación ala deflexión de la viga es despreciada usualmente. El momento flexionante causa curvatura del eje de la viga, cóncava hacia arriba, como se muestra en la Figura 5.1(d) para momento positivo, y cóncava hacia abajo para momento negativo. La deflexión de las vigas se calcula usualmente suponiendo que ésta es causada en su totalidad por la curvatura debida al momento flexionante.

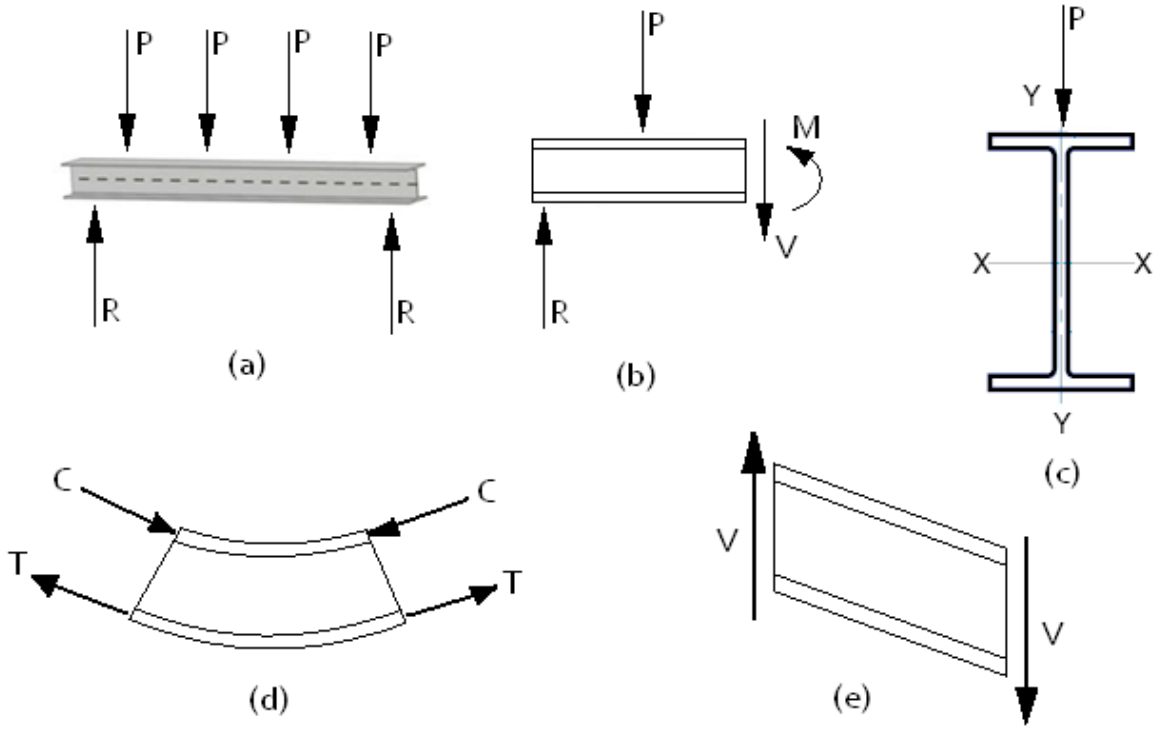


Figura 5.1 Comportamiento simple de vigas.

3.2 NOTACIÓN Y DEFINICIONES

Notación Básica:

3.3 PERFILES USADOS COMO VIGAS

Los perfiles *W* generalmente resultan las secciones más económicas al usarse vigas y han reemplazado en esta aplicación casi por completo a las secciones canales y a las secciones *S*. Los perfiles W tienen un mayor porcentaje de acero concentrado en sus patines que las vigas S, por lo que poseen mayores momentos de inercia y momentos resistentes para un mismo peso. Éstos son relativamente anchos y tienen una rigidez lateral apreciable.

3.4 ESFUERZOS DE FLEXIÓN

Consideremos una viga de sección rectangular y los diagramas de esfuerzos de la Figura 5.2 para estudiar los esfuerzos de flexión. (Para este análisis inicial supondremos que el patín a compresión de la viga está completamente soportado contra el pandeo lateral. El pandeo lateral se estudiará en el Capítulo 6). Si la viga está sujeta a momento flexionante el esfuerzo en cualquier punto puede calcularse con la fórmula de la flexión: $f_b = \frac{M \cdot c}{I}$. *Debe recordarse que esta expresión es aplicable solamente cuando el máximo esfuerzo calculado en la viga es menor que el límite elástico.* La fórmula se basa en las hipótesis elásticas usuales: el esfuerzo es proporcional a la deformación unitaria, una sección plana antes de la flexión permanece plana después de la aplicación de las cargas, etc. El valor de $\frac{I}{c}$ es una constante para una sección específica y se denomina *módulo de sección (S)*. La ecuación de la flexión puede escribirse entonces de la manera siguiente:

$$f_b = \frac{M}{S}$$

Inicialmente, cuando el momento se aplica a la viga, el esfuerzo varía linealmente desde el eje neutro hasta las fibras extremas. Esta situación se muestra en la Figura 5.2(b). Si se incrementa el momento se mantendrá la variación lineal de los esfuerzos hasta que se alcanza el esfuerzo de fluencia en las fibras extremas como se muestra en la parte (c) de la Figura. *El momento de fluencia* de una sección transversal se define como el momento para el cual empiezan a fluir las fibras extremas de la sección.

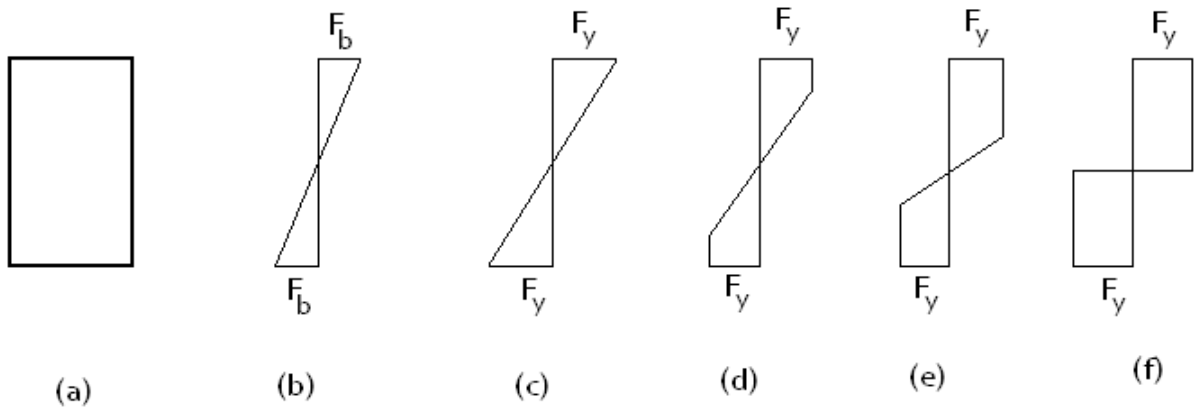


Figura 5.2 Diagramas de esfuerzos para una viga simple y sección rectangular.

Si el momento en una viga de acero dúctil se incrementa más allá del momento de fluencia, las fibras extremas que se encontraban previamente sometidas al esfuerzo de fluencia se mantendrán bajo este mismo esfuerzo, pero en estado de fluencia y el momento resistente adicional necesario lo proporcionarán las fibras más cercanas al eje neutro. Este proceso continuará con más y más partes de la sección transversal de la viga, alcanzando el esfuerzo de fluencia como se muestra en los diagramas de esfuerzo (d) y (e) de la Figura 5.2, hasta que finalmente alcanza la distribución plástica total mostrada en (f). Cuando la distribución de esfuerzos ha alcanzado esta etapa se dice que se ha formado una *articulación plástica* porque no puede resistirse en esta sección ningún momento adicional. Cualquier momento adicional aplicado en esta sección causará una rotación en la viga con poco incremento del esfuerzo.

El momento plástico es el momento que producirá una plastificación completa en una sección transversal del miembro creándose ahí mismo una articulación plástica. La relación del momento plástico M_p al momento de fluencia M_y se denomina *factor de forma*. Los factores de forma son iguales a 1.50 en las secciones rectangulares y varían entre 1.10 y 1.20 en las secciones laminadas estándar.

3.5 ARTICULACIONES PLÁSTICAS

La carga mostrada que se aplica a la viga (Figura 5.3) crece en magnitud hasta que se alcanza el momento de fluencia con las fibras extremas sometidas al esfuerzo F_y ; la magnitud de la carga continúa incrementándose y las fibras extremas empiezan a fluir; la plastificación se extiende hacia otras fibras fuera de la sección de momento máximo como se puede apreciar en la Figura. La longitud en donde se presenta esta plastificación hacia ambos lados de la sección considerada, depende de las condiciones de carga y de la sección transversal del miembro. Para una carga concentrada aplicada en el centro de la luz de una viga simplemente apoyada con sección rectangular, la plastificación en las fibras extremas en el momento que se forma la articulación plástica se extenderá sobre un tercio de la luz. En un perfil W en condiciones de carga y apoyos similares, la fluencia se extenderá

aproximadamente sobre un octavo de la luz. Durante este mismo periodo las fibras interiores en la sección del momento máximo fluirán gradualmente hasta que todas alcancen el esfuerzo de fluencia F_y y se forme una articulación plástica como se ve en la Figura 5.3.

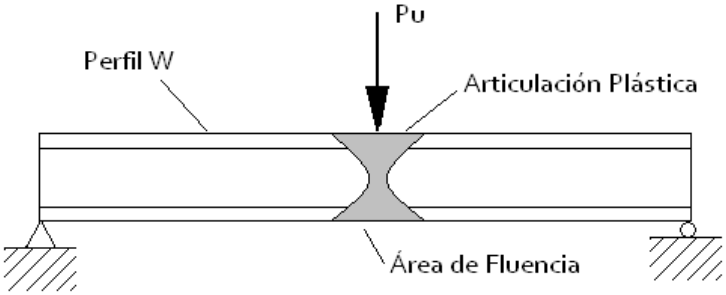


Figura 5.3 Formación de una articulación plástica.

3.6 DISEÑO ELÁSTICO

En el diseño clásico, basado en la teoría elástica, el cual ha venido siendo utilizado por muchos años en el mundo y que actualmente todavía es utilizado en su mayoría por los ingenieros en Bolivia, se diseñaban las vigas. La carga máxima que una estructura podía soportar se suponía igual a la carga que primero generaba un esfuerzo igual al de fluencia del material. Los miembros se diseñaban de manera que los esfuerzos de flexión calculados para cargas de servicio no excediesen el esfuerzo de fluencia dividido entre un factor de seguridad (1.5 a 2). Las estructuras se diseñaron durante muchas décadas mediante este método con resultados satisfactorios. Sin embargo, los proyectistas saben desde hace muchos años que los miembros dúctiles no fallan sino hasta que ocurre una plastificación después de que se alcanza el esfuerzo de fluencia. Esto significa que tales miembros tienen mayores márgenes de seguridad contra la falla que lo que parece indicar la teoría elástica.

3.7 EL MÓDULO PLÁSTICO

El momento de fluencia M_y es igual al esfuerzo de fluencia por el módulo elástico. El módulo elástico es igual a $\frac{I}{c}$ ó $\frac{b \cdot d^2}{6}$ para una sección rectangular; el momento de fluencia es entonces igual a $\frac{F_y \cdot b \cdot d^2}{6}$, este mismo valor puede obtenerse considerando el par interno resistente mostrado en la Figura 5.4.

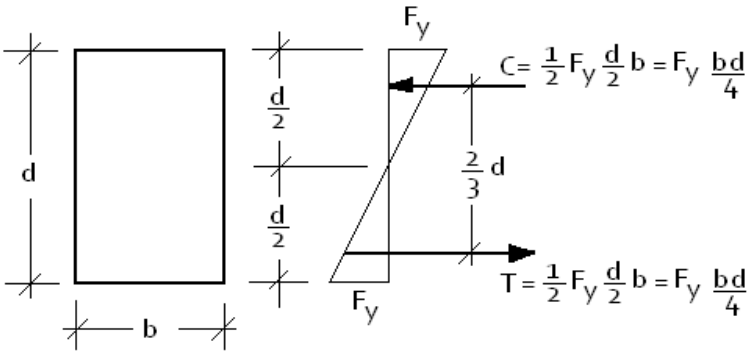


Figura 5.4 Par interno de una sección rectangular provocado por efectos de flexión.

El momento resistente es igual a *T* ó *C* multiplicado por el brazo de palanca entre ellos:

$$M_y = \left(F_y \frac{b \cdot d}{4}\right)\left(\frac{2}{3}d\right) = F_y \frac{b \cdot d^2}{6}$$

Se observa que el módulo elástico de la sección es igual nuevamente a $b \cdot d^2/6$ para una viga de sección rectangular.

El momento resistente plástico M_p puede determinarse de manera similar; también es el momento nominal de la sección, M_n. Este momento plástico o nominal es igual a *T* ó *C* veces el brazo de palanca entre ellos. Para la viga rectangular de la figura 5.5 se tiene:

$$M_p = M_n = T\frac{d}{2} = C\frac{d}{2} = \left(F_y\frac{b \cdot d}{2}\right)\left(\frac{d}{2}\right) = F_y\frac{b \cdot d^2}{4}$$

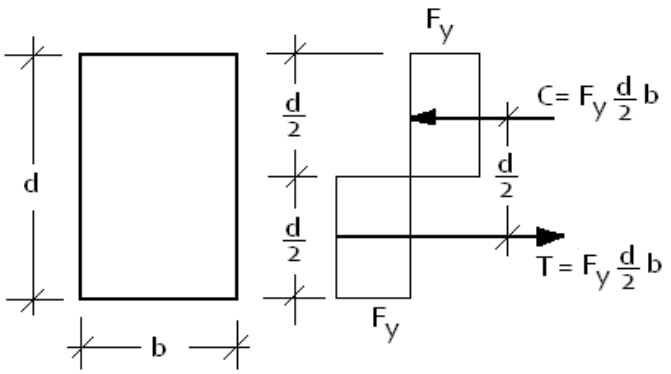
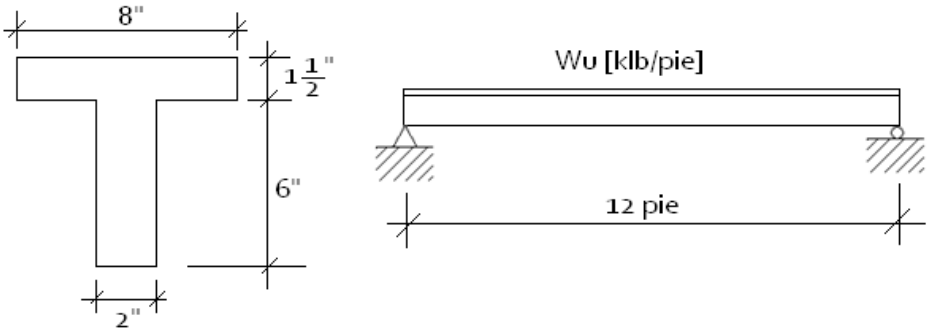


Figura 5.5 Par interno de una sección rectangular provocado por efectos de flexión en la plastificación.

Se dice que el momento plástico es igual al esfuerzo de fluencia multiplicado por el módulo plástico. De la expresión anterior para una sección rectangular, se ve que el módulo plástico *Z* es igual a $b \cdot d^2/4$. El factor de forma, es igual a M_n/M_y , $F_y \cdot Z/F_y \cdot S$ ó Z/S , es $(b \cdot d^2/4)/(b \cdot d^2/6) = 1.50$ para una sección rectangular. El módulo plástico es igual al momento estático de las áreas a tensión y a compresión respecto al eje neutro. A menos que la sección sea simétrica, el eje neutro para la condición plástica no coincidirá con el de la condición elástica. La compresión interna total debe ser igual a la tensión interna total. Como todas las fibras tienen el mismo esfuerzo *(F_y)* en la condición plástica, las áreas arriba y abajo del eje neutro deben ser iguales. Esta situación no se presenta en secciones asimétricas en la condición elástica. El ejemplo 5.1 ilustra dos cálculos necesarios para determinar el factor de forma de una viga T y la carga uniforme nominal W_n que la viga teóricamente puede soportar.

Ejemplo 8.1

Determine M_y , M_n , y Z para la viga T mostrada en la Figura. Calcule también el factor de forma y la carga uniforme nominal (W_n) que puede aplicarse a la viga en una luz simple de 12 pie, F_y = 36 ksi.



Solución:

1. *Cálculos Elásticos*

$$A = (8)\left(1\frac{1}{2}\right) + (6)(2) = 24\ in^2$$
$$\bar{y} = \frac{(12)(0.75) + (12)(4.5)}{24} = 2.625\ in\ desde\ el\ patín\ superior$$
$$I = \left(\frac{1}{3}\right)(2)(1.125^3 + 4.875^3) + \left(\frac{1}{12}\right)(8)\left(1\frac{1}{2}\right)^3 + (12)(1.875)^2 = 122.4\ in^4$$
$$S = \frac{I}{c} = \frac{122.4}{4.875} = 25.1\ in^3$$
$$M_y = F_y \cdot S = \frac{(36)(25.1)}{12} = 75.3\ klb * pie$$

2. *Cálculos Plásticos*

Eje neutro en la base del patín:

$$Z = (12)(0.75) + (12)(3) = 45\ in^3$$
$$M_n = F_y \cdot Z = \frac{(36)(45)}{12} = 135\ klb * pie$$
$$Factor\ de\ Forma = \frac{M_n}{M_y}\ ó\ \frac{Z}{S} = \frac{45}{25.1} = 1.79$$
$$M_n = \frac{W_n \cdot L^2}{8}$$
$$W_n = \frac{(8)(135)}{(12)^2} = 7.5\ {}^{klb}/_{pie}$$

3.8 TEORÍA DEL ANÁLISIS PLÁSTICO
3.9 EL MECANISMO DE FALLA
3.10 EL MÉTODO DEL TRABAJO VIRTUAL
3.11 LOCALIZACIÓN DE LA ARTICULACIÓN PLÁSTICA PARA CARGAS UNIFORMES
3.12 VIGAS CONTINUAS
3.13 MARCOS DE EDIFICIOS
} **Temas p/ingeniería**

3.14 DISEÑO DE VIGAS POR MOMENTOS

Si se aplican cargas de gravedad a una viga simplemente apoyada de gran longitud, la viga se flexionará hacia abajo y su parte superior estará en compresión y se comportará como un miembro a compresión. La sección transversal de esta "columna" consistirá en la porción de la sección transversal de la viga arriba del eje neutro. Para la viga usual, la "columna" tendrá un momento de inercia mucho menor respecto a su eje *y* o eje vertical que respecto a su eje *x*. Si no se hace nada para arriostrarla perpendicularmente al eje *y*; la viga se pandeará lateralmente bajo una carga mucho menor que la que se requeriría para producir una falla vertical.

El pandeo lateral no ocurrirá si el patín de compresión de un miembro se soporta lateralmente a intervalos frecuentes. En el presente capítulo se consideran los momentos de pandeo de una serie de vigas de acero dúctil compactas con condiciones diferentes de arriostramiento lateral.

Una *sección compacta* es aquella que tiene un perfil suficientemente robusto de manera que es capaz de desarrollar una distribución de esfuerzos totalmente plástica antes de pandearse. En el presente capítulo estudiaremos las vigas de la siguiente manera:

1. Primero se supondrá que las vigas tienen soporte lateral continuo en sus patines de compresión.
2. Luego se supondrá que las vigas están soportadas lateralmente a intervalos cortos.
3. Por último se supondrá que las vigas están soportadas a intervalos cada vez más grandes.

En la Figura 5.6 se muestra una curva típica con los momentos resistentes nominales o momentos de pandeo de una viga en función de longitudes variables no soportadas lateralmente.

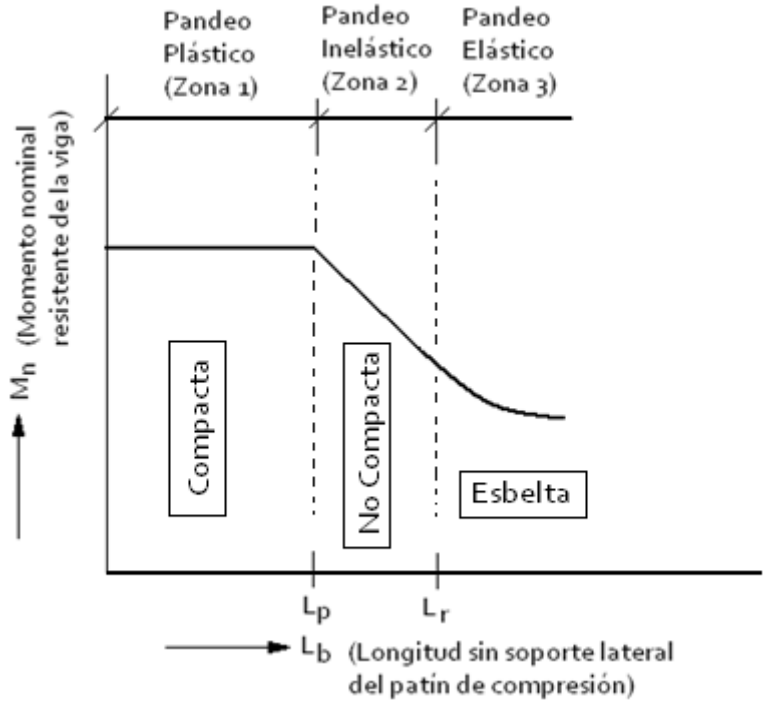


Figura 5.5 Momento nominal en función de la longitud, no soportada lateralmente, del patín de compresión.

Pandeo plástico (Zona 1).- Si experimentamos con una viga compacta con soporte lateral continuo en su patín de compresión, podríamos apreciar que es posible cargarla hasta que alcance su momento plástico M_p ; una carga mayor produciría una redistribución de momentos. En otras palabras, los momentos en esas vigas pueden alcanzar M_p y luego desarrollar una capacidad de rotación suficiente para que se redistribuyan los momentos.

Si ensayamos una viga compacta con soporte lateral estrechamente espaciado en su patín de compresión, encontraremos que aún podemos cargarla hasta que alcance el momento plástico y se redistribuyan los momentos, siempre que la separación entre los soportes laterales no exceda un cierto valor llamado L_p . El valor de L_p depende de las dimensiones de la sección transversal de la viga y de su esfuerzo de fluencia. La mayoría de las vigas fallan en zona 1.

Pandeo inelástico (Zona 2).- Si incrementamos la distancia entre los puntos de soporte lateral aún más, la sección puede cargarse hasta que algunas, pero no todas las fibras comprimidas estén bajo el esfuerzo F_y . La sección tendrá una capacidad de rotación insuficiente para permitir la redistribución total de momentos y no se podrá efectuar un análisis plástico. En otras palabras, en esta zona podemos flexionar el miembro hasta que se alcance la deformación de fluencia en algunos, pero no en todos sus elementos a compresión, antes de que ocurra el pandeo. Éste se denomina *pandeo inelástico*.

Al ir aumentando la longitud no soportada lateralmente, encontraremos que el momento que la sección resiste disminuirá, hasta que finalmente la viga falle antes de que se alcance en cualquier punto el esfuerzo de fluencia. La longitud máxima sin soporte lateral con la que aún se puede alcanzar F_y en un punto es el extremo del intervalo inelástico; se denota con L_r en la Figura 5.5; su valor depende de las propiedades de la sección transversal de la viga, del esfuerzo de fluencia del material y de los esfuerzos residuales presentes en la viga. En este punto, tan pronto como se presente un momento que teóricamente produzca un esfuerzo de fluencia en cualquier parte de la viga (en realidad, es un valor menor que F_y , debido a la presencia de esfuerzos residuales), la viga se pandeará.

Pandeo elástico (Zona 3).- Si la longitud no soportada lateralmente es mayor que L_r , la sección se pandeará elásticamente antes de que se alcance el esfuerzo de fluencia en cualquier punto. Al crecer esta longitud, el momento de pandeo se vuelve cada vez más pequeño. Al incrementar el momento en una viga tal, ésta se deflexionará transversalmente más y más hasta alcanzar un valor crítico para el momento (M_{cr}). En este punto la sección transversal de la viga girará y el patín de compresión se moverá lateralmente. El momento M_{cr} lo proporciona la resistencia torsional y la resistencia al alabeo de la viga; esto se estudiará más adelante en detalle.

3.15 PANDEO PLÁSTICO – MOMENTO PLÁSTICO TOTAL, ZONA 1

Cuando una sección de acero tiene un gran factor de forma, pueden ocurrir deformaciones inelásticas apreciables bajo cargas de servicio si la sección se diseña de manera que M_p se alcance bajo la condición de carga factorizada. Por esto, la especificación F1.1 del LRFD limita la cantidad de tal deformación para secciones con factores de forma mayores que 1.5. Esto se logra limitando M_p a un valor máximo de $1.5\ M_y$.

Si la longitud sin soporte lateral L_b del patín de compresión de un perfil compacto "**I**" ó "**C**" incluyendo los miembros híbridos, no excede a L_p (si se usa análisis elástico) o a L_{pd} (si se usa análisis plástico), entonces la resistencia a la flexión del miembro respecto a su eje mayor puede determinarse como sigue:

$$M_n = M_p = F_y \cdot Z \leq 1.5\ M_y \qquad Ecuación\ F1-1\ del\ LRFD$$

$$M_u = \phi_b \cdot M_n \quad con\ \phi_b = 0.90$$

En esta parte de la especificación que limita M_n a $1.5\ M_y$ para secciones con factores de forma grandes, como en el caso de las WT, no se aplica a secciones híbridas con esfuerzos de fluencia en el alma menores que sus esfuerzos de fluencia en el patín. La fluencia en el alma para tales miembros no conduce a deformaciones inelásticas importantes. Para miembros híbridos, el momento de fluencia $M_y = F_{yf}S$.

En un análisis elástico, L_b no debe exceder el siguiente valor de L_p para que M_n sea igual a F_yZ:

$$L_p = \frac{300 \cdot r_y}{\sqrt{F_{yf}}} \qquad Ecuación\ F1-4\ del\ LRFD$$

Para barras rectangulares macizas y vigas en cajón con *A = Área de la sección transversal (pulg²) y J = Constante de torsión (pulg⁴)*:

$$L_p = \frac{3750 \cdot r_y}{M_p}\sqrt{J \cdot A} \qquad Ecuación\ F1-5\ del\ LRFD$$

En un análisis plástico de miembros con perfil **I** de simetría simple o doble con el patín de compresión mayor que el de tensión (incluidos los miembros híbridos) y cargados en el plano del alma L_b (que se define como la longitud sin soporte lateral del patín de compresión en localidades con articulaciones plásticas, asociadas con mecanismos de falla) no debe exceder el valor de L_{pd} dado a continuación para que M_n sea igual a F_yZ:

$$L_{pd} = \frac{3600 + 2200\left(\frac{M_1}{M_2}\right)}{F_y} \cdot r_y \qquad Ecuación\ F1 - 17\ del\ LRFD$$

En esta expresión M_1 es el menor de los momentos en los extremos de la longitud no soportada de la viga y M_2 es el momento en el extremo de la longitud no soportada y la relación (M_1/M_2) es positiva cuando los momentos flexionan al miembro en doble curvatura , y negativa si lo flexionan en curvatura simple. Solo pueden considerarse aceros con valores de F_y menores o iguales a *65 ksi*. Los aceros de lata resistencia podrían no ser suficientemente dúctiles.

La ecuación *F1-18* de las especificaciones LRFD proporciona un valor de L_{pd} de barras sólidas rectangulares y de vigas rectangulares en cajón. Para que esas secciones sean compactas las relaciones ancho a espesor de los patines y almas de secciones **I** y **C** están limitadas a los siguientes valores máximos, tomados de la tabla B5.1 de las especificaciones LRFD.

$$\lambda_p = \frac{b}{t} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}}$$

Para almas:

$$\lambda_p = \frac{h}{t_w} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}}$$

En esta última expresión, *h* es la distancia entre las puntas de los filetes en las partes superior e inferior del alma (o sea, el doble de la distancia entre el eje neutro y la cara interior del patín de compresión menos el filete o radio de la esquina).

3.16 DISEÑO DE VIGAS, ZONA 1

Para el diseño de vigas, necesitamos conocer e introducir los siguientes conceptos: momentos, cortantes, deflexiones, aplastamiento, soporte lateral para los patines a compresión, fatiga y otros. Se seleccionan las vigas que tienen suficiente capacidad de momento de diseño $(\phi_b M_n)$ y luego se revisan para ver si cualquier otro elemento mecánico o de servicio es crítico. Se calculan los momentos factorizados y se escoge inicialmente en el Manual AISC LRFD una sección con esa capacidad de momento.

La sección 4 del Manual AISC LRFD contiene una tabla titulada *Load Factor Design Selection Table for Shapes Used as Beams*. En esta tabla se pueden escoger rápidamente perfiles de acero con módulos plásticos suficientes para resistir ciertos momentos. Se deben recordar dos aspectos importantes al seleccionar los perfiles:

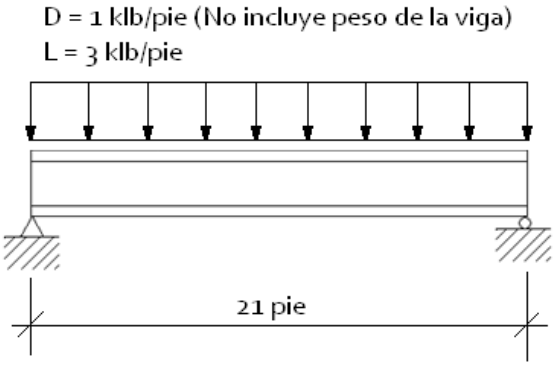
1. El costo de los perfiles de acero, depende de su peso por unidad de longitud y, por tanto, es conveniente seleccionar el perfil más liviano posible teniendo el módulo plástico requerido (considerando que la sección seleccionada pueda acomodarse razonablemente dentro de la

estructura). La tabla contiene los perfiles ordenados en grupos que se encuentran dentro de cierta escala de módulos plásticos. La sección indicada con tipo grueso, en la parte superior de cada grupo, es la más ligera de éste, y las otras están acomodadas en orden decreciente de sus módulos plásticos.

2. Los valores de los módulo plásticos se presentan en la tabla con respecto a los ejes horizontales para vigas en su posición vertical usual; si la viga va a usarse en posición horizontal (es decir, girada 90°), el módulo plástico correspondiente se encontrará en las tablas de dimensiones y propiedades de perfiles en la primera parte del Manual AISC LRFD.

Ejemplo 5.1

Seleccione una sección para una viga cuya luz y carga se muestran en la siguiente figura, suponiendo que la losa de piso le proporciona soporte lateral total al patín de compresión. Considerar Acero A572 ($F_y = 50$ *ksi)*.



<u>Solución:</u>

Como el patín de compresión se encuentra soportado en toda su longitud, $L_b = 0$.

Peso propio supuesto = 44 lb/pie

$$w_u = (1.2)(1.044) + (1.6)(3) = 6.05\frac{klb}{pie}$$

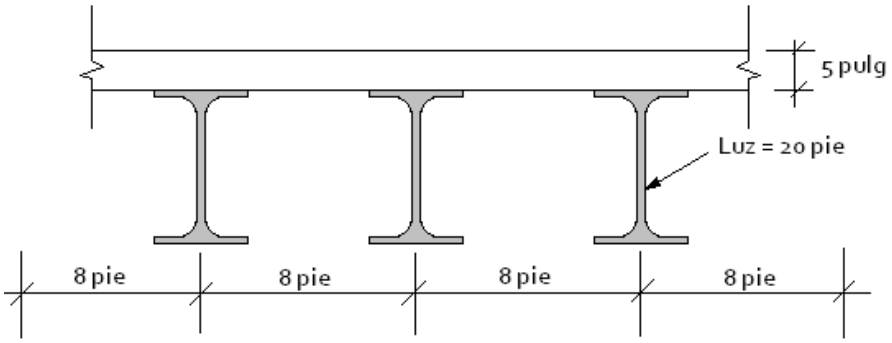
$$M_u = \frac{(6.05)(21)^2}{8} = 333.5\ klb \cdot pie$$

$$Z_x\ requerida = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{(12)(333.5)}{(0.9)(50)} = 88.9\ pulg^3$$

<u>USAR W21x44</u>

Ejemplo 5.2

La losa de concreto reforzado de 5 pulg de espesor mostrada en la figura, va a colocarse sobre secciones **W** con separaciones de 8 pie 0 pulg entre centros. Las vigas tienen un claro de 20 pie y se suponen simplemente apoyadas. Si la losa de concreto se diseñó para resistir una carga viva de 100 psf, determine el perfil más ligero requerido para soportar a la losa. Se supone que el patín de compresión de la viga recibirá soporte lateral completo de la losa de concreto. El concreto pesa 150 lb/pie^3. Considerar F_y = 50 ksi.



Solución:

Cargas Muertas: Losa = $\left(\frac{5}{12}\right)(150)(8) = 500\,\frac{lb}{pie}$

Peso propio de la viga = 22

Total = $500 + 22 = 522\,\frac{lb}{pie}$

$$w_u = (1.2)(522) + (1.6)(8 \cdot 100) = 1906\,\frac{lb}{pie} = 1.906\,\frac{klb}{pie}$$

$$M_u = \frac{(1.906)(20)^2}{8} = 95.3\ klb \cdot pie$$

$$Z_x\ requerida = \frac{(12)(95.3)}{(0.90)(50)} = 25.4\ pulg^3$$

USAR W10 x 22

3.17 SOPORTE LATERAL DE VIGAS
3.18 INTRODUCCIÓN ALPANDEO INELÁSTICO, ZONA 2
3.19 CAPACIDAD POR MOMENTO, ZONA 2
3.20 PANDEO ELÁSTICO, ZONA 3
3.21 SECCIONES NO COMPACTAS
3.22 DISEÑO DE VIGAS CONTINUAS

} **Temas Para Ingeniería**

3.23 FUERZA Y ESFUERZO CORTANTE

Para el presente análisis consideraremos la viga de la Figura 5.6 (a). Al flexionarse la viga aparecen esfuerzos cortantes debido al cambio de la longitud de sus fibras longitudinales. En la zona de momento positivo, las fibras inferiores se alargan y las superiores se acortan, en tanto que en algún lugar intermedio habrá un plano neutro en el que las fibras no cambian de longitud. Debido a esas deformaciones variables, una fibra particular tiende a deslizarse sobre las fibras situadas arriba y debajo de ella.

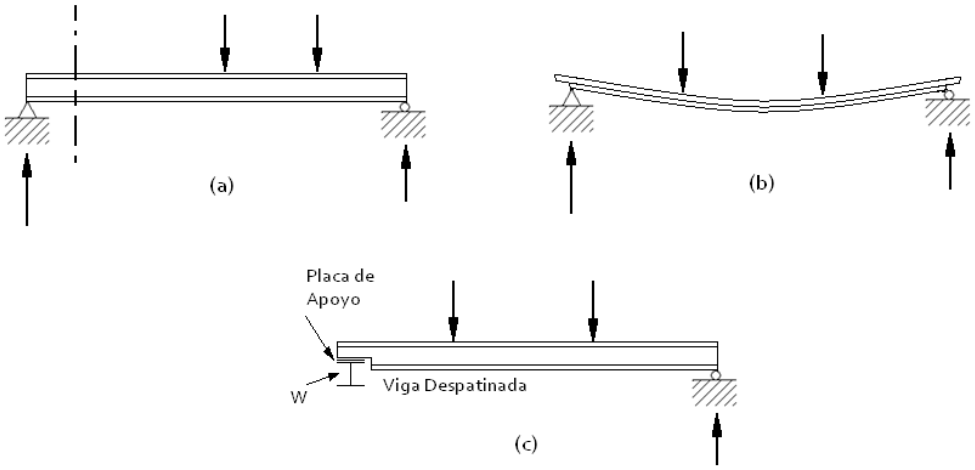


Figura 5.6 Situaciones diversas de vigas para análisis de cortante.

Si una viga de madera se construyese encimando tablones y no se conectasen éstos entre sí, la viga tomaría la forma mostrada en la parte (b) de la figura.

Generalmente el cortante no es un problema en las vigas de acero porque las almas de los perfiles laminados son capaces de resistir grandes fuerzas cortantes. Se indican a continuación una serie de situaciones comunes donde el cortante podría ser excesivo:

1. Si se colocan grandes cargas concentradas cerca de los apoyos de una viga, se originarán fuerzas cortantes considerables sin incremento correspondiente en los momentos flexionantes. Un ejemplo bastante común de éstos ocurre en edificios altos en donde las columnas de un piso están desfasadas (fuera de eje) respecto a las columnas del piso inferior. Las cargas de las columnas superiores aplicadas a las vigas del piso serán bastante grandes si hay muchos pisos arriba.
2. Probablemente el problema más común de cortante ocurre cuando dos miembros estructurales (como una viga y una columna) están rígidamente conectados entre sí, de manera que sus almas se encuentran en un mismo plano. Esta situación ocurre frecuentemente en la unión de vigas y columnas de marcos rígidos.
3. Cuando las vigas están despatinadas, como se muestra en la Figura 5.6 (c), el cortante puede ser un problema. En este caso las fuerzas cortantes deben tomarse con el peralte reducido de la viga. Un caso parecido se presenta cuando las almas contienen agujeros para ductos o para otros fines.
4. Teóricamente las vigas cargadas fuertemente pueden tener cortantes excesivos, pero esto no ocurre con mucha frecuencia a menos que se trate de casos parecido al caso 1.
5. El cortante puede ser un problema aún para cargas ordinarias cuando se usan almas muy delgadas como en las trabes armadas o en los perfiles doblados en frío de pared delgada.

Del estudio de la mecánica de materiales, se conoce la ecuación del esfuerzo cortante $f_v = V \cdot Q / I \cdot b$, en la que V es la fuerza cortante externa, Q es el momento estático respecto al eje

neutro de la parte de la sección transversal situada arriba o abajo del nivel en que se busca el esfuerzo f_v , y b es el ancho de la sección al nivel del esfuerzo f_v que se busca.

La Figura 5.7 (a) muestra la variación del esfuerzo cortante en la sección transversal de un perfil *W* y en la parte (b) de la misma figura se muestra la variación en una sección rectangular. Puede verse en (a) que la fuerza cortante en las secciones *W* la resiste principalmente el alma.

Si se incrementa la carga en un miembro estructural con sección *W* hasta que se alcanza el esfuerzo de fluencia por flexión en el patín, éste no tendrá capacidad para resistir esfuerzos cortantes que deberá entonces soportar el alma. Si se incrementa aún más el momento, el esfuerzo de fluencia por flexión penetrará hacia el alma y el área de alma capaz de resistir esfuerzos cortantes se reducirá aún más. En vez de suponer que el esfuerzo cortante nominal lo resiste una parte del alma, las especificaciones LRFD suponen un esfuerzo cortante reducido por el área total del alma, A_w , es igual al peralte de la sección, *d*, multiplicado por el espesor del alma, t_w .

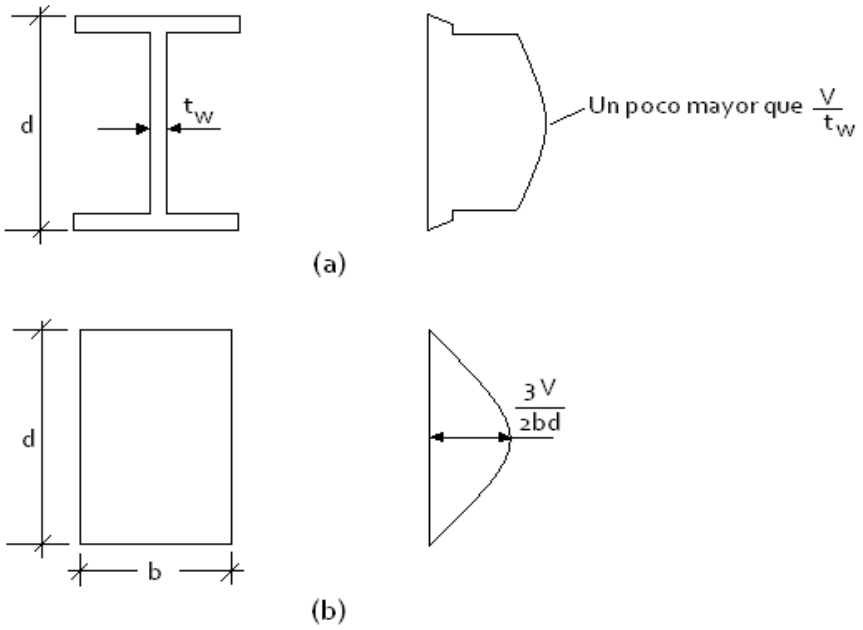


Figura 5.7 Esfuerzo cortante en secciones: (a) W y (b) rectangular.

Las expresiones para la resistencia por cortante están dadas en la especificación F2 del LRFD. En esas expresiones, dadas a continuación, F_{yw} es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado del alma; *h* es la distancia libre entre puntas de los filetes del alma en perfiles laminados, mientras que para secciones compuestas soldadas, es la distancia libre entre patines. Para secciones compuestas atornilladas *h* es la distancia entre líneas adyacentes de pernos en el alma. Se dan expresiones diferentes para distintas relaciones h/t_w según si la falla por cortantes es plástica, inelástica ó elástica.

1. <u>Fluencia del alma.</u> Casi todas las secciones de vigas laminadas en el Manual caen en esta clasificación.

$$Si\ \frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{F_{yw}}} = 70\ \ para\ F_y = 36\ ksi\ y\ 59\ para\ F_y = 50\ ksi$$

$$V_n = 0.6 \cdot F_{yw} \cdot A_w \qquad\qquad Ecuación\ F2-1\ \ del\ LRFD$$

2. Pandeo inelástico del alma.

$$Si\ \frac{418}{\sqrt{F_{yw}}} < \frac{h}{t_w} \leq \frac{523}{\sqrt{F_{yw}}} = 87\ \ para\ F_y = 36\ ksi\ y\ 74\ para\ F_y = 50\ ksi$$

$$V_n = 0.6 \cdot F_{yw} \cdot A_w \cdot \left(\frac{\frac{418}{\sqrt{F_{yw}}}}{\frac{h}{t_w}} \right) \qquad Ecuación\ F2-2\ \ del\ LRFD$$

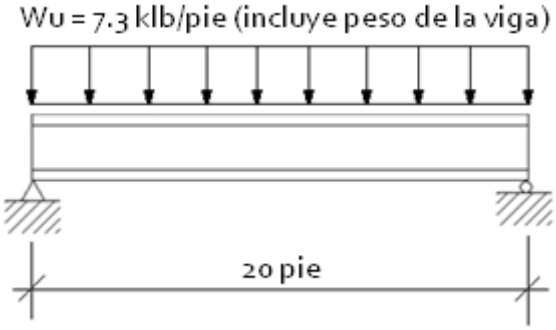
3. Pandeo elástico del alma.

$$Si\ \frac{523}{\sqrt{F_{yw}}} < \frac{h}{t_w} \leq 260$$

$$V_n = \frac{132000 \cdot A_w}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2} \qquad Ecuación\ F2-3\ \ del\ LRFD$$

Ejemplo 5.3

Se usa un perfil W24x55 $\left(d = 23.57\ pulg, t_w = 0.395\ pulg, k = 1\frac{5}{16} pulg\right)$ de acero de 50 ksi para la viga y carga indicada en la figura. Verificar el cortante. (*k = distancia de la fibra extrema del patín a la punta del filete del alma).*



Solución:

$$h = 23.57 - (2)\left(1\frac{5}{16}\right) = 20.94\ pulg$$
$$\frac{h}{t_w} = \frac{20.94}{0.395} = 53.01 < \frac{418}{\sqrt{50}} = 59$$
$$V_n = (0.90)(0.60)(F_{yw})(A_w)$$
$$\phi_v V_n = (0.90)(0.60)(50)(23.57 \cdot 0.395) = 251.4\ klb > 73\ klb\ \rightarrow OK!!!$$

Si la V_u para una viga particular excede la resistencia especificada por cortante del LRFD, el procedimiento usual es seleccionar una sección ligeramente más pesada. Sin embargo, si es necesario usar una sección mucho más pesada que la requerida por momento, pueden soldarse placas dobles (Figura 5.8) al alma de la viga o pueden conectarse atiesadores a las almas en zonas de alto cortante. Las placas dobles deben cumplir requisitos ancho-espesor para elementos compactos atiesados de acuerdo con la sección B.5 de las especificaciones AISC LRFD. Además, deben soldarse suficientemente a las almas de los miembros para que puedan desarrollar su parte proporcional de la carga.

Figura 5.8 Incremento de la Resistencia por cortante deuna viga usando places dobles

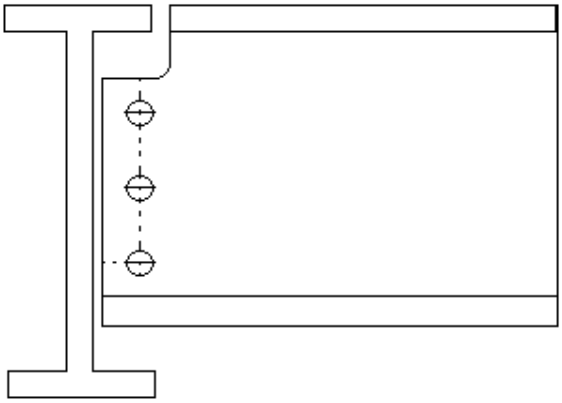


Figura 5.9 Posible falla por bloque de cortante a lo largo de la línea punteada.

La resistencia especificada para cortante por el LRFD de una viga o trabe se basa en el área entera del alma. Sin embargo, a veces una conexión se hace a sólo una pequeña porción o altura del alma. En tal caso, el calculista puede suponer que el cortante está repartido sobre sólo una parte de la altura del alma para fines de cálculo de resistencia por cortante. Puede entonces calcular A_w como igual a t_w veces la menor altura y usarla así en la expresión para la resistencia por cortante.

Cuando las vigas que tienen sus patines superiores a la misma elevación (situación usual) se conectan entre sí, suele ser necesario despatinar una de ellas, como se muestra en la figura 5.9. Para tales casos existe la posibilidad de una falla por bloque de cortante a lo largo de las líneas punteadas indicadas. Este tema se analizará a profundidad en el capítulo de conexiones.

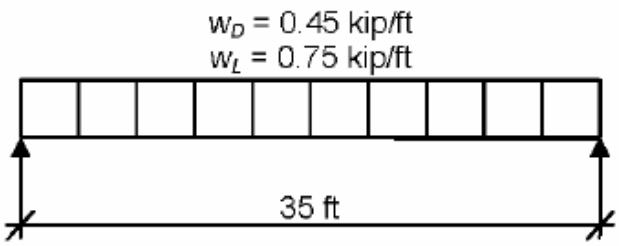
3.24 DEFLEXIONES
3.25 ALMAS Y PATINES CON CARGAS CONCENTRADAS
3.26 FLEXIÓN ASIMÉTRICA
3.27 DISEÑO DE LARGUEROS
3.28 EL CENTRO DE CORTANTE
3.29 PLACAS DE ASIENTO PARA VIGAS

} **Temas para Ingeniería**

PROBLEMAS RESUELTOS

4.1 Diseño de Viga

Seleccionar una sección W de acero A992, para una viga simplemente apoyada de 35 pies de luz. Limitar el miembro a una altura máxima de 18 pulg. Limitar además, la deflexión por carga viva a $L/360$. Las cargas nominales uniformemente distribuidas son: carga muerta de 0.45 kip/ft y carga viva de 0.75 kip/ft. Asumir que la viga está soportada lateralmente en toda su longitud.



Solución:

Propiedades de los materiales:

$$ASTM\ A992 \qquad Fy = 50\ ksi \qquad Fu = 65\ ksi$$

Calculamos el momento último:

$$w_u = 1.2(0.450\ \ kip/ft) + 1.6(0.750\ \ kip/ft) = 1.74\ \ kip/ft$$
$$M_u = \frac{1.74\ \ kip/ft\,(35.0\ ft)^2}{8} = 266\ kip \cdot ft$$

Calculamos el momento de inercia requerido por carga viva a partir del criterio de deflexión:

$$\Delta_{max} = \frac{L}{300} = \frac{35.0\ ft(12\ in/ft)}{360} = 1.17\ in$$
$$I_{x(req)} = \frac{5wl^4}{384E\Delta_{max}} = \frac{5(0.750\ kip/ft)(35.0\ ft)^4(12\ in/ft)^3}{384(29000\ ksi)(1.17\ in)} = 784\ in^4$$

Seleccionamos una *W18x50* del Manual:

Como especifica en la sección F2 del manual, la sección es compacta. Como la viga es soportada lateralmente en toda su longitud, se puede diseñar en rango plástico.

LOAD FACTOR DESIGN SELECTION TABLE FOR SHAPES USED AS BEAMS 4 - 19

LOAD FACTOR DESIGN SELECTION TABLE
For shapes used as beams
$\phi_b = 0.90$

Z_x

F_y = 36 ksi							F_y = 50 ksi				
BF	L_r	L_p	$\phi_b M_r$	$\phi_b M_p$	Z_x	Shape	$\phi_b M_p$	$\phi_b M_r$	L_p	L_r	BF
Kips	Ft	Ft	Kip-ft	Kip-ft	in.^{3}		Kip-ft	Kip-ft	Ft	Ft	Kips
12.7	**16.6**	**5.6**	**222**	**362**	**134**	**W24×55**	**503**	**342**	**4.7**	**12.9**	**19.6**
8.08	23.2	7.0	228	359	133	W18×65	499	351	6.0	17.1	13.3
2.90	56.4	12.8	230	356	132	W12×87	495	354	10.9	38.4	5.12
2.00	77.4	11.0	218	351	130	W10×100	488	336	9.4	50.8	3.66
5.57	32.3	10.3	228	351	130	W16×67	488	351	8.7	23.8	9.02
11.3	17.3	5.6	216	348	129	W21×57	484	333	4.8	13.1	18.0
4.10	40.0	10.3	218	340	126	W14×74	473	336	8.8	28.0	7.12
7.91	22.4	7.0	211	332	123	W18×60	461	324	6.0	16.7	12.8
2.88	51.8	12.7	209	321	119	W12×79	446	321	10.8	35.7	5.03
4.05	37.3	10.3	201	311	115	W14×68	431	309	8.7	26.4	6.91
1.97	68.4	11.0	192	305	113	W10×88	424	296	9.3	45.1	3.58
7.65	**21.4**	**7.0**	**192**	**302**	**112**	**W18×55**	**420**	**295**	**5.9**	**16.1**	**12.2**
10.5	**16.2**	**5.4**	**184**	**297**	**110**	**W21×50**	**413**	**284**	**4.6**	**12.5**	**16.4**
2.87	48.2	12.7	190	292	108	W12×72	405	292	10.7	33.6	4.93
6.43	22.8	6.7	180	284	105	W16×57	394	277	5.7	16.6	10.7
3.91	34.7	10.2	180	275	102	W14×61	383	277	8.7	24.9	6.51
7.31	**20.5**	**6.9**	**173**	**273**	**101**	**W18×50**	**379**	**267**	**5.8**	**15.6**	**11.5**

$$\phi_b M_n = \phi_b M_{px} = 379\ kip \cdot ft > 266\ kip \cdot ft \qquad OK!!!$$
$$I_x = 800\ in^4 > 748\ in^4 \quad OK!!!!$$

Este mismo ejercicio se puede resolver de manera más sencilla utilizando las tablas de ayuda de diseño del manual:

Propiedades de los materiales:

$$ASTM\ A992 \qquad Fy = 50\ ksi \qquad Fu = 65\ ksi$$

Propiedades geométricas:

$$W18x50 \qquad Z_x = 101\ in^3$$

Momento último:

$$M_u = \frac{1.74\ \ kip/ft\,(35.0\ ft)^2}{8} = 266\ kip \cdot ft$$

Momento Nominal:

$$M_n = M_p = F_y Z_x = 50\ ksi(101\ in^3) = 5050\ kip \cdot in \approx 421\ kip \cdot ft$$

Calculamos el momento resistente nominal:

$$\phi_b = 0.90$$
$$\phi_b M_n = 0.90(421\ kip \cdot ft) = 379\ kip \cdot ft > 266\ kip \cdot ft \qquad OK!!!!!$$

4.2 Verificación por Cortante

Datos Importantes:

Las expresiones para la resistencia por cortante están dadas en la especificación F2 del LRFD. En esas expresiones, dadas a continuación, F_{yw} es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado del alma; h es la distancia libre entre puntas de los filetes del alma en perfiles laminados, mientras que para secciones compuestas soldadas, es la distancia libre entre patines. Para secciones compuestas atornilladas h es la distancia entre líneas adyacentes de pernos en el alma. Se dan expresiones diferentes para distintas relaciones h/t_w según si la falla por cortantes es plástica, inelástica ó elástica.

1. *<u>Fluencia del alma.</u> Casi todas las secciones de vigas laminadas en el Manual caen en esta clasificación.*

$$Si\ \frac{h}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{F_{yw}}} = 70\ \ para\ F_y = 36\ ksi\ y\ 59\ para\ F_y = 50\ ksi$$

$$V_n = 0.6 \cdot F_{yw} \cdot A_w \qquad Ecuación\ F2-1\ \ del\ LRFD$$

2. *<u>Pandeo inelástico del alma.</u>*

$$Si\ \frac{418}{\sqrt{F_{yw}}} < \frac{h}{t_w} \leq \frac{523}{\sqrt{F_{yw}}} = 87\ \ para\ F_y = 36\ ksi\ y\ 74\ para\ F_y = 50\ ksi$$

$$V_n = 0.6 \cdot F_{yw} \cdot A_w \cdot \left(\frac{\frac{418}{\sqrt{F_{yw}}}}{\frac{h}{t_w}} \right) \qquad Ecuación\ F2-2\ \ del\ LRFD$$

3. *<u>Pandeo elástico del alma.</u>*

$$Si\ \frac{523}{\sqrt{F_{yw}}} < \frac{h}{t_w} \leq 260$$

$$V_n = \frac{132000 \cdot A_w}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2} \qquad Ecuación\ F2-3\ \ del\ LRFD$$

Verificar el esfuerzo cortante de la viga con perfil W24x62 ASTM A992, con una fuerza cortante por carga muerta de 48 kips y un cortante por carga viva de 145 kips.

<u>Solución:</u>

Propiedades de los materiales:

$$ASTM\ A992 \qquad Fy = 50\ ksi \qquad Fu = 65\ ksi$$

Propiedades geométricas:

$$W24x62 \qquad d = 23.7\ in \qquad t_w = 0.43\ in$$

Calculamos el cortante último:

$$V_u = 48\ kip + 145\ kip = 193\ kip$$

Calculamos la altura resistente por cortante:

$$h = 23.7 - (2)(0.43) = 22.84\ pulg$$

Verificamos la fluencia del alma:

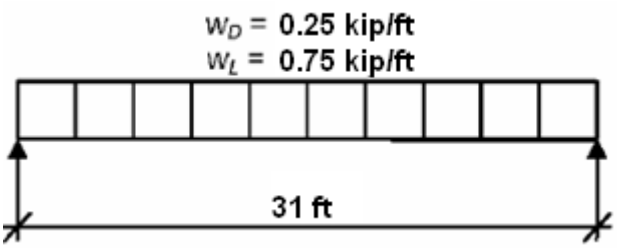
$$\frac{h}{t_w} = \frac{22.84}{0.43} = 53.12 < \frac{418}{\sqrt{50}} = 59$$

Calculamos el cortante nominal:

$$V_n = (0.60)\left(F_{yw}\right)(A_w)$$
$$\phi_v V_n = (0.90)(0.60)(50)(22.84 \cdot 0.43) = 265.17\ klb > 193\ klb\ \rightarrow OK!!!$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

P4.1 Seleccionar una sección W de acero A992, para una viga simplemente apoyada de 35 pies de luz. Limitar el miembro a una altura máxima de 18 pulg. Limitar además, la deflexión por carga viva a $L/360$. Las cargas nominales uniformemente distribuidas son: carga muerta de 0.45 kip/ft y carga viva de 0.75 kip/ft. Asumir que la viga está soportada lateralmente en toda su longitud.



P4.2 Verifique la anterior viga a cortante.