OBMV

2ª Olimpíada Brasileira de Matemática Virtual

NÍVEL 1 – ENUNCIADOS

SEGUNDA FASE

PROBLEMA 1.

Três prisioneiros (com excelentes habilidades em lógica e matemática) estão num cárcere. Um deles tem visão normal, o outro tem somente um olho e o terceiro é cego. O carcereiro falou aos prisioneiros que de um conjunto de três chapéus brancos e dois vermelhos, pegaria três e colocaria sobre suas cabeças, mas não é permitido ver a cor do chapéu sobre a própria cabeça. O carcereiro reuniu os três prisioneiros com os chapéus na cabeça e ofereceu a liberdade ao prisioneiro com visão normal, desde que ele soubesse a cor do chapéu na sua cabeça. O prisioneiro confessou que não podia saber. A partir dessas informações temos a possibilidade de duas situações:

Letra a) Situação 1: O processo foi repetido com o prisioneiro que tem somente um olho e este acertou. Quais as cores que ele pode ter visto nos chapéus dos outros presos que permitiram que ele acertasse a própria cor e qual era essa cor?

Letra b) Situação 2: O processo foi repetido com o prisioneiro que tem somente um olho e este também não soube a resposta. O carcereiro nem se preocupou em fazer a pergunta ao prisioneiro cego, mas este afirmou que sabia a cor do chapéu na sua cabeça. Qual era essa cor?

PROBLEMA 2. (Suécia [modificado])

Uma linha de trem está dividida em 10 trechos pelas estações A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K. A distância de A até K é igual a 56 km. O trajeto de dois trechos consecutivos é sempre menor que ou igual a 12 km e o trajeto de três consecutivos sempre é maior ou igual a 17 km. Determine as distancias:

Letra a) de J até K.

Letra b) de D até H.

Letra c) de B até G.

PROBLEMA 3. (Rio de Janeiro)

Um ciclo de três conferências teve sucesso constante, isto é, em cada sessão havia o mesmo número de assistentes. No entanto, a metade dos que compareceram à primeira não voltou mais; um terço dos que compareceram à segunda conferência assistiu apenas a ela e um quarto dos que compareceram à terceira não assistiu nem a primeira nem à segunda. Sabendo que havia 300 inscritos e que cada um assistiu a pelo menos uma conferência, determine:

Letra a) quantas pessoas compareceram a cada conferência.

Letra b) quantas pessoas compareceram às três conferências.

PROBLEMA 4. Responda:

Letra a) Quantos números de quatro algarismos têm a soma dos algarismos par?

Letra b) Um número com dois dígitos distintos e não nulos é chamado de bonito se o dígito das dezenas é maior do que o dígito das unidades. Quantos números bonitos existem?

Letra c) Quantos números pares de quatro dígitos podemos formar utilizando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 sem utilizar o mesmo algarismo duas vezes?

PROBLEMA 5. (OBM 2011/2014)

Sobre quantidade de divisores, responda:

Letra a) Quantos inteiros positivos menores que 30 têm exatamente quatro divisores positivos?

Letra b) Para descobrir a quantidade de divisores positivos de um número inteiro positivo não basta tomar sua fatoração em primos e calcular o produto dos expoentes dos primos adicionados de 1. Por exemplo, $2800 = (2^4)\cdot(5^2)\cdot 7$ possui $(4 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$ divisores. Qual é o menor inteiro positivo com exatamente 2014 divisores positivos?

Letra c) Calcule a quantidade de divisores positivos de 3600.

Letra d) Quantos (dos divisores de 3600) são pares?

Letra e) Quantos (dos divisores de 3600) são quadrados perfeitos?