数　学　②　　数学Ⅱ・数学B　(100点 60分)

この問題冊子には，**「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」**の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎，簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅱ	4〜14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15〜32	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号（数字及び英字）を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄，試験場コード欄**

氏名・フリガナ及び**試験場コード**（数字）を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目の下の○に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

5　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\textbf{ア}}$ ，$\boxed{\textbf{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\textbf{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\textbf{ア}}$ ，$\boxed{\textbf{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\textbf{エオ}}}{\boxed{\textbf{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　　答
第2問	必　　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 $x \geqq 2$，$y \geqq 2$， $8 \leqq xy \leqq 16$ のとき，$z = \log_2 \sqrt{x} + \log_2 y$ の最大値を求めよう。

$s = \log_2 x$，$t = \log_2 y$ とおくと，s，t，$s + t$ のとり得る値の範囲はそれぞれ

$$s \geqq \boxed{\text{ア}},\quad t \geqq \boxed{\text{ア}},\quad \boxed{\text{イ}} \leqq s + t \leqq \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また

$$z = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} s + t$$

が成り立つから，z は $s = \boxed{\text{カ}}$，$t = \boxed{\text{キ}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。したがって，z は $x = \boxed{\text{コ}}$，$y = \boxed{\text{サ}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。

（数学Ⅱ・数学B第1問は18ページに続く。）

(下 書 き 用 紙)

数学Ⅱ・数学B第1問の試験問題は次ページに続く。

〔2〕 $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$5\sin\theta - 3\cos 2\theta = 3 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たす θ について考えよう。

方程式$(*)$を $\sin\theta$ を用いて表すと

$$\boxed{\text{シ}}\sin^2\theta + 5\sin\theta - \boxed{\text{ス}} = 0$$

となる。したがって，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

であり，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲でこの等式を満たす θ のうち，小さい方を θ_1，大きい方を θ_2 とすると

$$\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad \cos\theta_2 = \frac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

θ_1 について不等式 $\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{12}$　① $\frac{\pi}{12} < \theta_1 < \frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{6} < \theta_1 < \frac{\pi}{5}$

③ $\frac{\pi}{5} < \theta_1 < \frac{\pi}{4}$　④ $\frac{\pi}{4} < \theta_1 < \frac{\pi}{3}$　⑤ $\frac{\pi}{3} < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$

ただし，必要ならば，次の値

$$\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}, \quad \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

を用いてもよい。

さらに，不等式 $n\theta_1 > \theta_2$ を満たす自然数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{テ}}$ である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学Bの試験問題は次ページに続く。

第2問 (必答問題) (配点 30)

放物線 $y=2x^2$ を C，点$(1,\ -2)$をAとする。

点Q$(u,\ v)$に関して，点Aと対称な点をP$(x,\ y)$とすると

$$u=\frac{x+\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad v=\frac{y-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

が成り立つ。Qが C 上を動くときの点Pの軌跡を D とすると，D は放物線

$$y=x^2+\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}$$

である。

二つの放物線 C と D の交点をRとSとする。ただし，x 座標の小さい方をRとする。点R，Sの x 座標はそれぞれ $\boxed{\text{キク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ で，点R，Sにおける放物線 D の接線の方程式はそれぞれ

$$y=\boxed{\text{コ}},\quad y=\boxed{\text{サ}}x-\boxed{\text{シ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

Pを放物線 D 上の点とし，Pの x 座標を a とおく。Pから x 軸に引いた垂線と放物線 C との交点をHとする。$\boxed{\text{キク}} < a < \boxed{\text{ケ}}$ のとき，三角形PHRの面積 $S(a)$ は

$$S(a) = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}\left(\boxed{\text{セ}}\,a^3 + a^2 + \boxed{\text{ソ}}\,a + \boxed{\text{タ}}\right)$$

と表される。$S(a)$ は $a = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のとき，最大値をとる。

$a = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のとき，直線HRと放物線 D の交点のうち，Rと異なる点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。このとき，$\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ の範囲で，放物線 D と直線PHおよび直線HRで囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ナニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

$\{a_n\}$ を初項 a_1 が 1 で公比が $\dfrac{1}{3}$ の等比数列とする。数列 $\{a_n\}$ の偶数番目の項を取り出して，数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。$T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ とおく。

(1) $\{b_n\}$ も等比数列であり，その初項は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，公比は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

したがって

$$T_n = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\left(1 - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}^{\,n}}\right)$$

である。また，積 $b_1 b_2 \cdots b_n$ を求めると

$$b_1 b_2 \cdots b_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}^{\,n^2}}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) 次に，数列$\{c_n\}$を$c_n = 2n \cdot b_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$で定め，$U_n = \sum_{k=1}^{n} c_k$とおく。

$$\boxed{\text{サ}}\, c_{n+1} - c_n = \boxed{\text{シ}}\, b_n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

が成り立つから

$$\sum_{k=1}^{n} \left(\boxed{\text{サ}}\, c_{k+1} - c_k \right) = \boxed{\text{シ}}\, T_n \qquad \cdots ①$$

である。また，この左辺の和をまとめ直すと，U_n，c_{n+1}，c_1を用いて

$$\sum_{k=1}^{n} \left(\boxed{\text{サ}}\, c_{k+1} - c_k \right) = \boxed{\text{ス}}\, U_n + \boxed{\text{セ}}\, c_{n+1} - \boxed{\text{ソ}}\, c_1 \qquad \cdots ②$$

と表される。

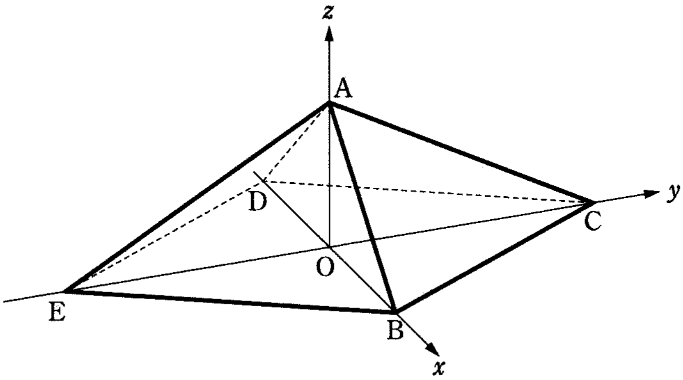
①と②より

$$U_n = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} - \frac{\boxed{\text{トナ}}\, n + \boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} \cdot \frac{1}{\boxed{\text{ネ}}^{\,n}}$$

となる。

第4問 (選択問題) (配点 20)

Oを原点とする座標空間における5点をA(0, 0, 1), B(1, 0, 0), C(0, 2, 0), D(−1, 0, 0), E(0, −2, 0)とする。ひし形BCDEを底面とする四角錐(すい)A–BCDEと, 平面ABCに平行な平面との共通部分について考える。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{BC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BA}} = \boxed{\text{ア}}$であり, 三角形ABCの面積は$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$である。

(2) $\vec{u} = \overrightarrow{\mathrm{BA}}$, $\vec{v} = \overrightarrow{\mathrm{BE}}$とおく。$0 < a < 1$とし, 点$\mathrm{B_1}$を線分BEを$a : (1-a)$に内分する点とすると, $\overrightarrow{\mathrm{BB_1}} = \boxed{\text{エ}}\,\vec{v}$である。点$\mathrm{A_1}$を

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{BB_1}}$$

で定め, 線分$\mathrm{A_1B_1}$と線分AEが交わることを示そう。$\mathrm{A_1B_1}$上の点Pは, $0 \leqq b \leqq 1$を満たすbを用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + b\,\vec{u} + \boxed{\text{エ}}\,\vec{v}$$

と表される。また, AE上の点Qは, $0 \leqq c \leqq 1$を満たすcを用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \boxed{\text{オ}}\,\vec{u} + \left(\boxed{\text{カ}} - c\right)\vec{v}$$

と表される。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

PとQは $b=$ $\boxed{\text{キ}}$ $=$ $\boxed{\text{クケ}}$ $+1$ のとき一致するから，線分 A_1B_1 と AE は，AE を $\boxed{\text{コ}}:\left(1-\boxed{\text{コ}}\right)$ に内分する点で交わることがわかる。この点を E_1 とする。

点 C_1 を

$$\overrightarrow{OC_1}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BB_1}$$

で定めると，同様に考えることにより，線分 A_1C_1 と線分 AD も，AD を $\boxed{\text{サ}}:\left(1-\boxed{\text{サ}}\right)$ に内分する点で交わることがわかる。この点を D_1 とすると

$$\overrightarrow{D_1E_1}=\boxed{\text{シ}}\,\overrightarrow{DE}$$

であり，三角形 $A_1B_1C_1$ は三角形 ABC と平行であるから，四角形 $B_1C_1D_1E_1$ の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\left(\boxed{\text{ソ}}-\boxed{\text{タ}}^{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

である。

また

$$\left|\overrightarrow{B_1D_1}\right|=\sqrt{\boxed{\text{ツ}}\,a^2-\boxed{\text{テ}}\,a+\boxed{\text{ト}}}$$

である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

下の表は，10名からなるある少人数クラスをⅠ班とⅡ班に分けて，100点満点で2回ずつ実施した数学と英語のテストの得点をまとめたものである。ただし，表中の平均値はそれぞれ1回目と2回目の数学と英語のクラス全体の平均値を表している。また，A，B，C，Dの値はすべて整数とする。

		1回目		2回目	
班	番号	数学	英語	数学	英語
Ⅰ	1	40	43	60	54
	2	63	55	61	67
	3	59	B	56	60
	4	35	64	60	71
	5	43	36	C	80
Ⅱ	1	A	48	D	50
	2	51	46	54	57
	3	57	71	59	40
	4	32	65	49	42
	5	34	50	57	69
平均値		45.0	E	58.9	59.0

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1) 1回目の数学の得点について，Ⅰ班の平均値は $\boxed{アイ}$. $\boxed{ウ}$ 点である。

また，クラス全体の平均値は45.0点であるので，Ⅱ班の1番目の生徒の数学の得点Aは $\boxed{エオ}$ 点である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(2)　Ⅱ班の1回目の数学と英語の得点について，数学と英語の分散はともに101.2である。したがって，相関係数は $\boxed{\text{カ}}$. $\boxed{\text{キク}}$ である。

(3)　1回目の英語の得点について，Ⅰ班の3番目の生徒の得点Bの値がわからないとき，クラス全体の得点の中央値Mの値として $\boxed{\text{ケ}}$ 通りの値があり得る。

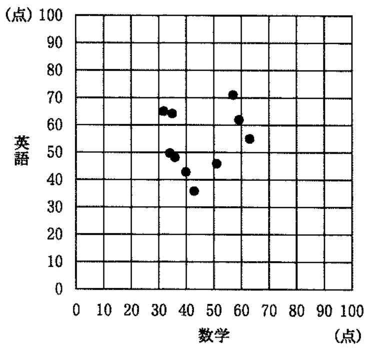
実際は，1回目の英語の得点のクラス全体の平均値Eが54.0点であった。したがって，Bは $\boxed{\text{コサ}}$ 点と定まり，中央値Mは $\boxed{\text{シス}}$. $\boxed{\text{セ}}$ 点である。

(4)　2回目の数学の得点について，Ⅰ班の平均値はⅡ班の平均値より4.6点大きかった。したがって，Ⅰ班の5番目の生徒の得点CからⅡ班の1番目の生徒の得点Dを引いた値は $\boxed{\text{ソ}}$ 点である。

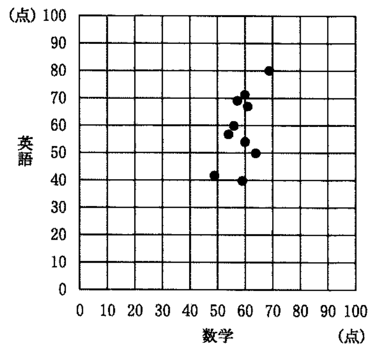
（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(5)　1回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関図(散布図)は，$\boxed{\text{タ}}$ であり，2回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関図は，$\boxed{\text{チ}}$ である。また，1回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関係数を r_1，2回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関係数を r_2 とするとき，値の組$(r_1,\ r_2)$として正しいのは $\boxed{\text{ツ}}$ である。$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。

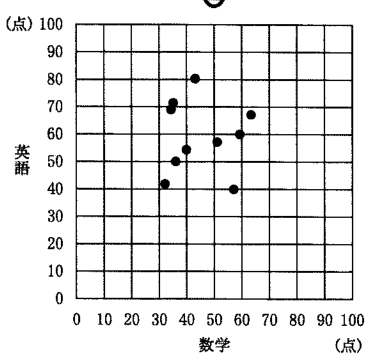
⓪



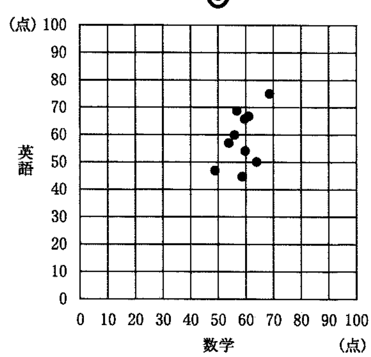
①



②



③



また，$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　(0.54，0.20)　　①　(−0.54，0.20)

②　(0.20，0.54)　　③　(0.20，−0.54)

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(6)　2回目のクラス全体10名の英語の得点について，採点基準を変更したところ，得点の高い方から2名の得点が2点ずつ下がり，得点の低い方から2名の得点が2点ずつ上がったが，その他の6名の得点に変更は生じなかった。このとき，変更後の平均値は $\boxed{\text{テ}}$ する。また，変更後の分散は $\boxed{\text{ト}}$ する。$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～②のうちから一つずつ選べ。

⓪　変更前より減少　　①　変更前と一致　　②　変更前より増加

第6問 （選択問題）（配点　20）

p，q を異なる自然数とする。このとき，与えられた自然数 d について，d 以下の自然数 k のうちで

$$k = mp + nq \qquad (m,\ n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}) \quad \cdots\cdots\cdots \ (*)$$

のように表すことができるものを小さい順にすべて列挙し，最後にその個数を表示したい。そのために次のような〔プログラム〕を作った。ここで，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "p=": P
110 INPUT PROMPT "q=": Q
120 INPUT PROMPT "d=": D
130 LET U=0
140 FOR K=1 TO D
150    IF K-INT(K/P)*P=0 THEN [ ア ]
160    FOR M=0 TO INT(K/P)
170       LET R=K-M*P
180       IF [ イ ] THEN [ ア ]
190    NEXT M
200    [ ウ ]
210    PRINT K
220    [ エ ]
230 NEXT K
240 PRINT "総数="; U
250 END
```

（数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。）

(1) 〔プログラム〕の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪〜ⓑのうちから一つずつ選べ。

⓪ GOTO 150	① GOTO 170	② GOTO 180
③ GOTO 200	④ GOTO 210	⑤ GOTO 230
⑥ PRINT R	⑦ PRINT U	⑧ PRINT M
⑨ LET R=R+1	ⓐ LET U=U+1	ⓑ LET K=K+1

また，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜⑤のうちから一つ選べ。

⓪ R-INT(R/M)*M<>0	① R-INT(R/M)*M=0
② R-INT(R/P)*P<>0	③ R-INT(R/P)*P=0
④ R-INT(R/Q)*Q<>0	⑤ R-INT(R/Q)*Q=0

(2) 〔プログラム〕を実行し，変数 P，Q，D にそれぞれ 3，7，15 を入力したとき，整数の列

3 $\boxed{\text{オ}}$ 7 9 $\boxed{\text{カキ}}$ 12 13 14 15

に続いて

総数 = 9

が出力される。また，変数 P，Q，D にそれぞれ 3，7，100 を入力したとき，整数の列に続いて

総数 = $\boxed{\text{クケ}}$

が出力される。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

〔プログラム〕を部分的に変更して，次のような２種類のプログラムを作る。

(3) 式(＊)のように表すことができないような d 以下の自然数 k を小さい順にすべて列挙し，最後にその個数を表示したい。そのためには，〔プログラム〕の150行および180行にある［ア］を［コ］に置き換えるとともに，200行を削除すればよい。［コ］に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ GOTO 190　　① GOTO 200　　② GOTO 210
③ GOTO 220　　④ GOTO 230　　⑤ GOTO 240

(4) 自然数 k に対して，式(＊)を満たす組$(m,\ n)$の個数を v_k とする。d 以下の各自然数 k について v_k を出力し，最後に総数として和 $v_1 + \cdots + v_d$ の値を表示したい。そのためには，〔プログラム〕の150行を

```
150 [サ]
```

のように変更し，180行の［ア］を［シ］に置き換えて，200行を削除する。さらに210行および220行を

```
210 PRINT "k=" ;K; "のとき，" ;V; "個"
220 [ス]
```

に変更すればよい。［サ］，［シ］，［ス］に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。

⓪ GOTO 210　　① GOTO 220　　② GOTO 230
③ LET V=0　　④ LET V=U　　⑤ LET U=U+V
⑥ LET V=V+U　　⑦ LET U=U+1　　⑧ LET V=V+1