数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問 （配点　20）

〔1〕 長方形ABCDにおいて，AB = CD = 8，BC = DA = 12とする。辺AB上に点P，辺BC上に点Q，辺CD上に点Rを

$$\mathrm{AP} = \mathrm{BQ} = \mathrm{CR}$$

となるようにとり，AP = x とおく（$0 < x < 8$）。このとき，台形PBCRの面積は $\boxed{\text{アイ}}$ である。また，△PQRの面積 S は

$$S = x^2 - \boxed{\text{ウエ}}\,x + \boxed{\text{オカ}}$$

である。$S < 24$ となる x の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 次の $\boxed{ケ}$ ～ $\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

自然数 m，n について，条件 p，q，r を次のように定める。

p ： $m+n$ は 2 で割り切れる
q ： n は 4 で割り切れる
r ： m は 2 で割り切れ，かつ n は 4 で割り切れる

また，条件 p の否定を $\overline{p}$，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す。このとき

p は r であるための $\boxed{ケ}$ 。
$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{コ}$ 。
「p かつ q」は r であるための $\boxed{サ}$ 。
「p または q」は r であるための $\boxed{シ}$ 。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 25)

a, b を定数とし，$a \neq 0$ とする。2次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフが点$(-2, 6)$を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり，グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}\,a},\ \frac{-\left(\boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}}\,a} \right)$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

さらに，2次関数①のグラフの頂点のy座標が-2であるとする。

このとき，aは

$$\boxed{\text{キ}}\,a^2 - \boxed{\text{クケ}}\,a + \boxed{\text{コ}} = 0$$

を満たす。これより，aの値は

$$a = \boxed{\text{サ}},\ \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

以下，$a = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$であるとする。

このとき，2次関数①のグラフの頂点のx座標は$\boxed{\text{セ}}$であり，

①のグラフとx軸の2交点のx座標は$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$である。

ただし，$\boxed{\text{ソ}}$と$\boxed{\text{タ}}$は解答の順序を問わない。

また，関数①は$0 \leqq x \leqq 9$において

$x = \boxed{\text{チ}}$のとき，最小値$\boxed{\text{ツテ}}$をとり

$x = \boxed{\text{ト}}$のとき，最大値$\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$をとる。

第3問 （配点　30）

$\triangle$ABCにおいて，AB $= 7$，BC $= 4\sqrt{2}$，$\angle$ABC $= 45^\circ$ とする。また，$\triangle$ABCの外接円の中心をOとする。

このとき，CA $=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，外接円Oの半径は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

外接円O上の点Aを含まない弧BC上に点DをCD $= \sqrt{10}$ であるようにとる。$\angle$ADC $=$ $\boxed{\text{オカ}}^\circ$ であるから，AD $= x$ とすると x は2次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,x - \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

を満たす。$x > 0$ であるからAD $=$ $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

下の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ には，次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ AC　① AD　② AE　③ BA　④ CD　⑤ ED

点Aにおける外接円Oの接線と辺DCの延長の交点をEとする。このとき，$\angle CAE = \angle$ $\boxed{\text{ス}}$ Eであるから，△ACEと△D $\boxed{\text{セ}}$ は相似である。
これより

$$EA = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,EC$$

である。また，$EA^2 = \boxed{\text{ツ}} \cdot EC$ である。したがって

$$EA = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$

であり，△ACEの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第4問 （配点 25）

さいころを3回投げ，次の規則にしたがって文字の列を作る。ただし，何も書かれていないときや文字が1つだけのときも文字の列と呼ぶことにする。

1回目は次のようにする。

- 出た目の数が1，2のときは，文字Aを書く
- 出た目の数が3，4のときは，文字Bを書く
- 出た目の数が5，6のときは，何も書かない

2回目，3回目は次のようにする。

- 出た目の数が1，2のときは，文字の列の右側に文字Aを1つ付け加える
- 出た目の数が3，4のときは，文字の列の右側に文字Bを1つ付け加える
- 出た目の数が5，6のときは，いちばん右側の文字を削除する。ただし，何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは，さいころを3回投げ終わったときにできる文字の列について考える。

(1) 文字の列がAAAとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである。

文字の列がABとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りである。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(2) 文字の列がAとなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ であり，何も書かれていない文字の列となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(3) 文字の列の字数が3となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，字数が2となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。また，文字の列の字数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただし，何も書かれていないときの字数は0とする。