第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕

(1)　$0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

$$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sin\boxed{\text{イ}}\,\theta}$$

$$\tan\theta - \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}\cos\boxed{\text{オ}}\,\theta}{\sin\boxed{\text{カ}}\,\theta}$$

であり，これらを用いて $\tan 15^\circ$ を求めると

$$\tan 15^\circ = \boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

（数学II・数学B第1問は次ページに続く。）

(2) θ が $15^\circ \leqq \theta \leqq 60^\circ$ の範囲を動くとき，$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$ は

$\theta = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$ のとき最小値 $\boxed{\text{サ}}$

$\theta = \boxed{\text{シス}}^\circ$ のとき最大値 $\boxed{\text{セ}}$

をとる。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

〔2〕 方程式

$$\frac{4}{(\sqrt{2})^x} + \frac{5}{2^x} = 1$$

の解 x を求めよう。

$$X = \frac{1}{(\sqrt{2})^x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

とおくと，X の方程式

$$\boxed{\text{ソ}}\,X^2 + \boxed{\text{タ}}\,X - 1 = 0$$

が得られる。

（数学II・数学B第1問は次ページに続く。）

一方，①より $X > \boxed{\text{チ}}$ である。したがって

$$X = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

を得る。これから，求める x は

$$x = \boxed{\text{ト}} \log_2 \boxed{\text{ナ}}$$

となる。

第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 座標平面において放物線 $y = x^2$ を C とする。第1象限の点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における C の接線 ℓ と y 軸との交点 Q の座標は

$$\left(0,\ \boxed{\text{ア}}\,a^{\boxed{\text{イ}}}\right)$$

である。ℓ と y 軸のなす角が 30° となるのは

$$a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

のときである。このとき線分 PQ の長さは $\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ であり，Q を中心とし線分 PQ を半径とする円と放物線 C とで囲まれてできる二つの図形のうち小さい方の面積は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

（数学II・数学B第2問は次ページに続く。）

〔2〕 関数 $y = 3\sin\theta - 2\sin^3\theta$ ($0^\circ \leqq \theta \leqq 210^\circ$) の最大値と最小値を求めたい。そのため $\sin\theta = x$ とおくと，y は

$$y = 3x - 2x^3$$

と表される。x の動く範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$$

であるから，y は $x = \dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ をとり，

$x = \dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ をとる。

θ の関数としては，y は

$\theta = \boxed{\text{ナニ}}^\circ$ および $\theta = \boxed{\text{ヌネノ}}^\circ$ のとき最大

$\theta = \boxed{\text{ハヒフ}}^\circ$ のとき最小

である。

第3問 （選択問題）（配点　20）

四面体の四つの頂点を，O，L，M，N とする。線分 OL を 2：1 に内分する点を P とし，線分 MN の中点を Q とする。a と b を 1 より小さい正の実数とする。線分 ON を a：(1 − a) に内分する点を R とし，線分 LM を b：(1 − b) に内分する点を S とする。$\vec{\ell} = \overrightarrow{\mathrm{OL}}$，$\vec{m} = \overrightarrow{\mathrm{OM}}$，$\vec{n} = \overrightarrow{\mathrm{ON}}$ とおく。

(1)

$$\overrightarrow{\mathrm{RS}} = \left(\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\right)\vec{\ell} + \boxed{\text{ウ}}\,\vec{m} - \boxed{\text{エ}}\,\vec{n}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{RP}} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{\ell} - \boxed{\text{キ}}\,\vec{n}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{RQ}} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{m} + \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}\right)\vec{n}$$

が成立する。

（数学II・数学B第3問は次ページに続く。）

(2) 以下 $\vec{\ell} = (1,\ 0,\ 0)$, $\vec{m} = (0,\ 1,\ 0)$, $\vec{n} = (0,\ 0,\ 1)$ の場合を考える。

点Sが3点P，Q，Rの定める平面上にあるとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ は実数 x と y を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{RS}} = x\,\overrightarrow{\mathrm{RP}} + y\,\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$$

と表せる。これより

$$x = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}(1-b),\quad y = \boxed{\text{ソ}}\,b$$

となり，a と b は

$$\boxed{\text{タチ}} + \boxed{\text{ツ}} - \boxed{\text{テト}} = 0$$

を満たすことがわかる。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ が垂直になるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}},\quad b = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

のときであり，このとき $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ の内積は

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RS}} = \frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

となる。

第4問 （選択問題）（配点　20）

(1)　方程式

$$z^3 = 2 + 2i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

を解こう。

複素数 $2 + 2i$ を極形式で表すと

$$2 + 2i = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\left(\cos \boxed{\text{ウエ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{ウエ}}^\circ\right)$$

となる。

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

とおき，① を満たす r，θ（$r > 0$，$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$）を求めると

$$r = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

$$\theta = \boxed{\text{カキ}}^\circ,\ \boxed{\text{クケコ}}^\circ,\ 255^\circ$$

となる。

したがって，複素数平面上の第2象限にある ① の解は

$$-\boxed{\text{サ}} + i$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(2) 次に方程式

$$z^6 - 4z^3 + 8 = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

の解について考えよう。

②は $(z^3 - 2)^2 = -\boxed{\text{シ}}$，すなわち

$$z^3 = 2 \pm \boxed{\text{ス}}\, i$$

となるから，(1)と同様に考えると，第2象限にある②の解は(1)で求めた

$$-\boxed{\text{サ}} + i$$

と

$$\frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}} + \frac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}\, i$$

の2個であり，他の解は第1象限に1個，第3象限に $\boxed{\text{ト}}$ 個，第4象限に $\boxed{\text{ナ}}$ 個存在する。

注 この問題において複素数平面の象限とは，実軸を x 軸，虚軸を y 軸とした座標平面における象限のことをいう。

第5問 （選択問題）（配点　20）

1枚の硬貨を3回投げ，表が出た回数を X とする。次にさいころを X 回振る。（たとえば $X=2$ ならば，さいころを2回振ることになる。）そうして，1または2の目が出た回数を Y とする。ただし，$X=0$ の場合は，$Y=0$ ときめる。

(1)　$X=2$ のとき，Y の取り得る値は，$\boxed{\text{ア}}$ 通りである。

(2)　$X=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

$X=2$ という条件のもとで，$Y=1$ となる条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

したがって，$X=2$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

同様にして

$X=1$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{8}$ であり

$X=3$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{18}$ である。

したがって，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

（数学II・数学B第5問は次ページに続く。）

(3) (2)と同様に計算すると

$Y=2$ となる確率は $\dfrac{5}{72}$ であり

$Y=3$ となる確率は $\dfrac{1}{216}$ である。

したがって，$Y=0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(4) Y の平均（期待値）は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(5) $Y=0$ という条件のもとで，$X=2$ となる条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ である。