

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1] a を実数とし, x の 2 次関数

$$y = (a^2 + 1)x^2 + (2a - 3)x - 3$$

のグラフを C とする。

(1) グラフ C が点 $(-1, 0)$ を通るとする。このとき, $a = \boxed{\text{ア}}$ であ

り, グラフ C と x 軸の交点は $(-1, 0)$ と $\left(\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, 0\right)$ である。ま

た, x が $0 \leq x \leq 3$ の範囲にあるとき, この 2 次関数の最小値は

$\frac{\boxed{\text{エオカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり, 最大値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) グラフ C が x 軸の $x \geq 3$ の部分の 1 点を通るような a の範囲は

$$\boxed{\text{コサ}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

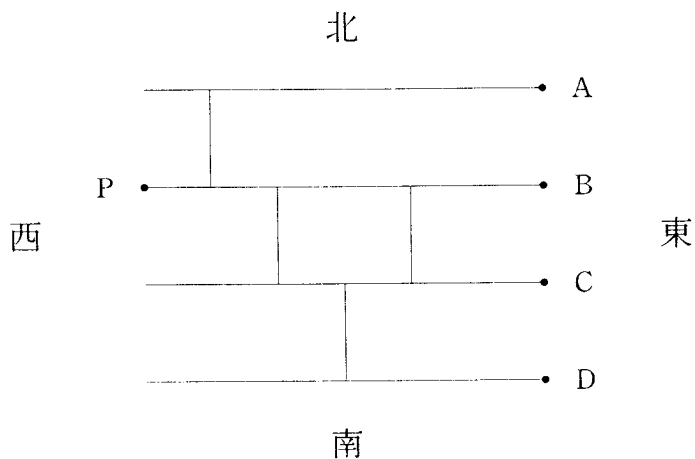
である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 東西に延びる道路が南北の道で結ばれている図のような街路がある。ある人が地点 P から東に向かって出発し、以下の約束 (a), (b) に従い、この街路を進み、地点 A, B, C, D のいずれかに到達するものとする。

(a) 西から分かれ道に至ったときは、さいころを振り、3 または 6 の目が出た場合は東に進み、他の目が出た場合は南北の道へ進むものとする。

(b) 北または南から分かれ道に至ったときには、東へ進むものとする。



(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(1) Aに到達する確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) Dに到達する確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(3) BまたはCに到達する確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(4) A, B, C, Dに到達するとき, それぞれ 200 円, 1800 円, 1800 円, 900 円の賞金を受け取るものとする。このとき, 受け取る賞金の期待値は $\boxed{\text{ニヌネ}}$ 円である。

第 2 問 (必答問題) (配点 40)

[1] k を実数とし, x の整式 A, B, Q を

$$A = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 5x - 4k^2 + 2k + 10$$

$$B = x^2 + x - 2k - 3$$

$$Q = x^2 + x + 2k - 3$$

とする。さらに, $R = A - BQ$ とおく。このとき,

(1) $R = x + 2k + \boxed{\text{ア}}$ となる。また, B を R で割ったときの商は $x - \boxed{\text{イ}}$ k , 余りは $\boxed{\text{ウ}}$ $k^2 - \boxed{\text{エ}}$ となる。

(2) B が R で割り切れるための必要十分条件は

$$k = \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

第2問 (必答問題) (配点 40)

[1] a, b を実数とし, x の整式 A, B を

$$A = x^2 + ax + b, \quad B = x^2 + x + 1$$

とする。ただし, A と B は等しくないものとする。

(1) 等式

$$A^2 + B^2 = 2x^4 + 6x^3 + 3x^2 + cx + d$$

が成り立つとき, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = -\boxed{\text{イ}}$, $c = -\boxed{\text{ウ}}$,

$d = \boxed{\text{エ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第2問は次ページに続く。)

(2) 等式

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$= \{(a - 1)x + (b - 1)\} \{ \boxed{\text{オ}} x^2 + (a + \boxed{\text{カ}})x + b + 1 \}$$

を考える。 $A - B$ が $x - 1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{キ}}$ のときであり、また、 $A + B$ が $x - 1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{ク}}$ のときである。よって $A - B$ と $A + B$ が同時に $x - 1$ で割り切れることはない。ただし、 $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ については、次の①～④の中から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

- ① $a + b = 0$ ② $a - b = 0$ ③ $a + b - 2 = 0$
 ④ $a + b + 4 = 0$ ⑤ $a - b - 2 = 0$

したがって、 $A^2 - B^2$ が $(x - 1)^2$ で割り切れるのは、 $A + B$ が $(x - 1)^2$ で割り切れる場合である。このとき

$$a = - \boxed{\text{ケ}} , b = \boxed{\text{コ}} , A^2 - B^2 = \boxed{\text{サシス}} x(x - 1)^2$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕 半径 R の円に内接する四角形 ABCD が

$$AB = \sqrt{3} - 1, \quad BC = \sqrt{3} + 1, \quad \cos \angle ABC = -\frac{1}{4}$$

を満たしており、 $\triangle ACD$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の 3 倍であるとする。

このとき、

$$AC = \boxed{\text{セ}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 間は次ページに続く。)

また、 $\triangle ACD$ と $\triangle ABC$ の面積についての条件から、

$$AD \times CD = \boxed{\text{テ}}$$

$$AD^2 + CD^2 = \boxed{\text{トナ}}$$

となる。したがって、四角形 ABCD の周の長さは

$$\boxed{=} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} + 2\sqrt{3}$$

である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

(1) 初項が0でない等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + 2a_2 = 0$ を満たしている。

このとき、公比は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。 $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{9}{4}$ ならば、

$a_4 + a_5 + a_6 = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり、 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} = 57$

となるのは $n = \boxed{\text{ク}}$ のときである。

(数学 I ・ 数学 A 第3問は次ページに続く。)

(2) $b_n = pn + q$ で表される数列 $\{b_n\}$ に対して、初項から第 n 項までの和を

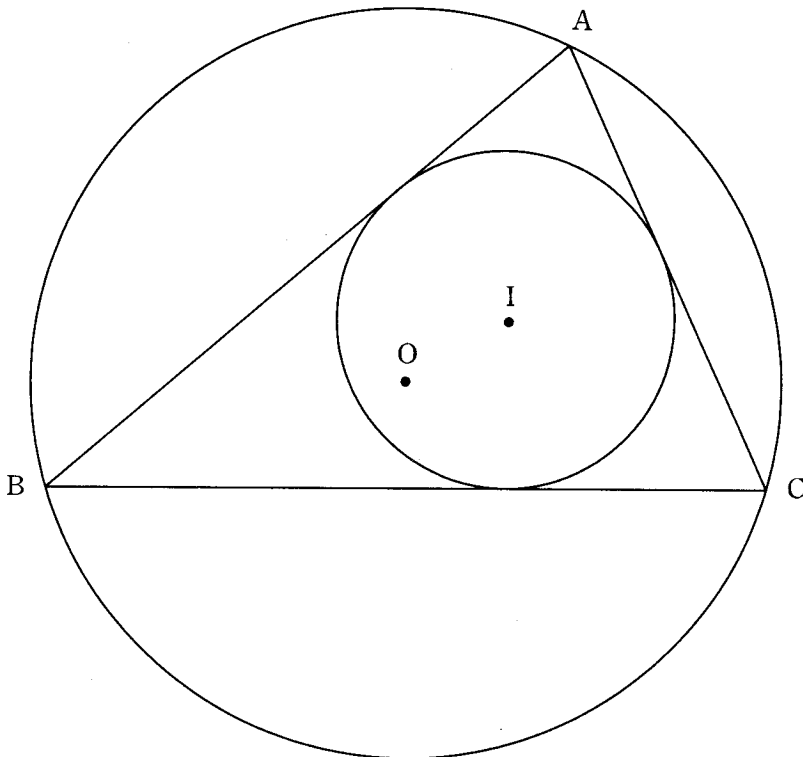
S_n とする。 $b_7 = 1$, $S_{12} = 10$ ならば、 $p = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$, $q = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり、

$S_1 + S_2 + \cdots + S_{12} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

第4問 (選択問題) (配点 20)

三角形 ABC の外心を O, 内心を I, また, 外接円の半径を R , 内接円の半径を r とする。O と I が一致しない場合に R, r と OI の関係を調べよう。次ページの **ア**~**サ** には A~G の中から C 以外の当てはまる文字を選ぶ。ただし, **エ** と **オ** は解答の順序を問わない。

AI の延長と外接円の交点を D とし, DO の延長と外接円の交点を E とする。また直線 OI と外接円の交点を F, G とし F, O, I, G がこの順に並ぶものとする。I から AC へ垂線をひき, 交点を H とする。



(数学 I ・ 数学 A 第4問は次ページに続く。)

△AHI と △EBD は、

$$\angle HAI = \angle \boxed{\text{アイ}} \quad I = \angle BED$$

$$\angle AHI = \angle EBD = 90^\circ$$

であるから相似で、ED : $\boxed{\text{ウ}}$ I = $\boxed{\text{エオ}}$: HI が成り立ち

$$\boxed{\text{ウ}} I \cdot \boxed{\text{エオ}} = 2rR \quad \dots\dots\dots (1)$$

次に △DBI において

$$\angle DIB = \angle I \boxed{\text{カキ}} + \angle IBA$$

$$\angle DBI = \angle DBC + \angle IBC$$

$$\angle IBA = \angle IBC$$

$$\angle I \boxed{\text{カキ}} = \angle DAC = \angle DBC$$

であるから、 $\angle DIB = \angle \boxed{\text{クケ}}$ I で、△DBI は二等辺三角形となり

$$\boxed{\text{エオ}} = ID \quad \dots\dots\dots (2)$$

△IFD と △IAG において

$$\angle IFD = \angle GFD = \angle IAG$$

$$\angle FID = \angle AIG$$

したがって、△IFD と △IAG は相似であり

$$\begin{aligned} AI \cdot \boxed{\text{コ}} I &= \boxed{\text{サ}} I \cdot GI \\ &= (\boxed{\text{サ}} O + OI)(GO - OI) \\ &= R^2 - OI^2 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

(1), (2), (3)から

$$OI^2 = R^2 - \boxed{\text{シ}}$$

が成り立つ。ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ には次の ①～⑤の中から正しいものを一つ選べ。

- | | | |
|--------|---------|---------|
| ① r | ① R | ② r^2 |
| ③ rR | ④ $2rR$ | ⑤ $4rR$ |

第5問 (選択問題) (配点 20)

次のプログラムは $x = 0, 1, \dots, 9$ に対する $ax^2 + bx + c$ の値の最小値と最大値を求めるものである。 **アイウ** , **エオカ** に適当な行番号を入れてプログラムを完成せよ。

```

100 INPUT "a=";A
110 INPUT "b=";B
120 INPUT "c=";C
130 U=C
140 V=C
150 FOR X=0 TO 9
160     Y=A*X*X+B*X+C
170     IF Y>U THEN GOTO アイウ
180     U=Y
190     IF Y<=V THEN GOTO エオカ
200     V=Y
210 NEXT X
220 PRINT "最小値=";U
230 PRINT "最大値=";V
240 END
    
```

- (1) 上のプログラムを実行して、 $a=?$ に対して -1 ， $b=?$ に対して 7 ， $c=?$ に対して 28 を入力すると、180 行は **キ** 回、200 行は **ク** 回実行され

最小値 = **ケコ**

最大値 = **サシ**

(数学 I ・ 数学 A 第5問は次ページに続く。)

が表示される。また、170 行の不等号 \geq を $>$ に、190 行の不等号 \leq を $<$ に変更したのも、同じデータを入力すると、180 行は 回、200 行は

回実行され

最小値 =

最大値 =

が表示される。

(2) 冒頭のプログラムの 170 行と 180 行は、180 行を削除して 170 行を

170

と書き直しても同じ結果を得る。同様に 190 行と 200 行も、200 行を削除して、190 行を

190

と書き直すことができる。ただし、 と については、次の ①～⑤の中から最もふさわしいものを一つずつ選べ。

① IF $Y > U$ THEN $U = Y$

① IF $Y < U$ THEN $U = Y$

② IF $Y = U$ THEN $U = Y$

③ IF $Y > V$ THEN $V = Y$

④ IF $Y < V$ THEN $V = Y$

⑤ IF $Y = V$ THEN $V = Y$