

数学 I ・ 数学 A

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 20)

〔1〕 方程式

$$2(x-2)^2 = |3x-5| \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1) 方程式①の解のうち、 $x < \frac{5}{3}$ を満たす解は

$$x = \boxed{\text{ア}}, \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 方程式①の解は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。その解のうちで最大のものを

a とすると、 $m \leq a < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 集合 A, B を

$$A = \{n \mid n \text{ は } 10 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$B = \{n \mid n \text{ は } 4 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

とする。

(1) 次の と に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。

自然数 n が A に属することは、 n が 2 で割り切れるための 。

自然数 n が B に属することは、 n が 20 で割り切れるための 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件でない
- ③ 十分条件であるが、必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 次の ～ に当てはまるものを、下の①～⑦のうちから一つずつ選べ。

$$C = \{n \mid n \text{ は } 10 \text{ と } 4 \text{ のいずれでも割り切れる自然数}\}$$

$$D = \{n \mid n \text{ は } 10 \text{ でも } 4 \text{ でも割り切れない自然数}\}$$

$$E = \{n \mid n \text{ は } 20 \text{ で割り切れない自然数}\}$$

とする。自然数全体の集合を全体集合とし、その部分集合 G の補集合を \overline{G} で表すとき

$$C = \text{ }, D = \text{ }, E = \text{ }$$

である。

- ① $A \cup B$ ② $A \cup \overline{B}$ ③ $\overline{A} \cup B$ ④ $\overline{A \cup B}$
- ⑤ $A \cap B$ ⑥ $A \cap \overline{B}$ ⑦ $\overline{A \cap B}$ ⑧ $\overline{A} \cap B$

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (配点 25)

a を定数とし, x の 2 次関数

$$y = x^2 - 2(a - 1)x + 2a^2 - 8a + 4 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は

$$\left(a - \boxed{\text{ア}}, a^2 - \boxed{\text{イ}}a + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

のときである。さらに, この二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは

$$\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < a < \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が 3 以上 7 以下の範囲にあるとする。

このとき、 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}}$$

であり、2 次関数 ① の $3 \leq x \leq 7$ における最大値 M は

$$\boxed{\text{コ}} \leq a \leq \boxed{\text{シ}} \text{ のとき}$$

$$M = \boxed{\text{ス}} a^2 - \boxed{\text{セソ}} a + \boxed{\text{タチ}}$$

$$\boxed{\text{シ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}} \text{ のとき}$$

$$M = \boxed{\text{ツ}} a^2 - \boxed{\text{テト}} a + \boxed{\text{ナニ}}$$

である。

したがって、2 次関数 ① の $3 \leq x \leq 7$ における最小値が 6 であるならば

$$a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり、最大値 M は

$$M = \boxed{\text{ハヒ}} - \boxed{\text{フ}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

数学 I ・ 数学 A

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 2$ 、 $BC = \sqrt{5} + 1$ 、 $CA = 2\sqrt{2}$ とする。また、 $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。

(1) このとき、 $\angle ABC = \boxed{\text{アイ}}$ °であり、外接円 O の半径は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(2) 円 O の円周上に点 D を、直線 AC に関して点 B と反対側の弧の上にとる。

$\triangle ABD$ の面積を S_1 、 $\triangle BCD$ の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{5} - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

であるとする。 $\angle BAD + \angle BCD = \boxed{\text{カキク}}$ °であるから

$$CD = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} AD$$

となる。このとき

$$CD = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

さらに、2辺AD, BCの延長の交点をEとし、 $\triangle ABE$ の面積を S_3 ,
 $\triangle CDE$ の面積を S_4 とする。このとき

$$\frac{S_3}{S_4} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。①と②より

$$\frac{S_2}{S_4} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

1 辺の長さ 1 の正六角形があり、その頂点の一つを A とする。一つのさいころを 3 回投げ、点 P を次の (a), (b), (c) にしたがって、この正六角形の辺上を反時計回りに進める。

- (a) 頂点 A から出発して、1 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
- (b) 1 回目で点 P がとまった位置から出発して、2 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
- (c) 2 回目で点 P がとまった位置から出発して、3 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(1) 3 回進めたとき、点 P が正六角形の辺上を 1 周して、ちょうど頂点 A に到達する目の出方は **アイ** 通りである。

3 回進める間に、点 P が 1 回も頂点 A にとまらない目の出方は **ウエオ** 通りである。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 3回進める間に、点Pが3回とも頂点Aにとまる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ で

あり、ちょうど2回だけ頂点Aにとまる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

3回進める間に、点Pがちょうど1回だけ頂点Aにとまる確率は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3) 3回進める間に、点Pが頂点Aにとまる回数の期待値は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 回である。