第1問

〔1〕（2次関数と2次方程式・2次不等式）

〈解答〉

(1) C の式 $y=(a^2+1)x^2+(2a-3)x-3$ に $x=-1$，$y=0$ を代入して

$$0=(a^2+1)-(2a-3)-3$$

$$\therefore\quad a^2-2a+1=0$$

$$\therefore\quad (a-1)^2=0$$

$$\therefore\quad a=\underset{ア}{\boxed{1}}$$

$a=1$ のとき，C の式は，$y=2x^2-x-3$

すなわち　$y=(x+1)(2x-3)$ であるから，x 軸との交点は

$$(-1,\ 0)\ \text{と}\ \left(\frac{\overset{イ}{\boxed{3}}}{\underset{ウ}{\boxed{2}}},\ 0\right)$$

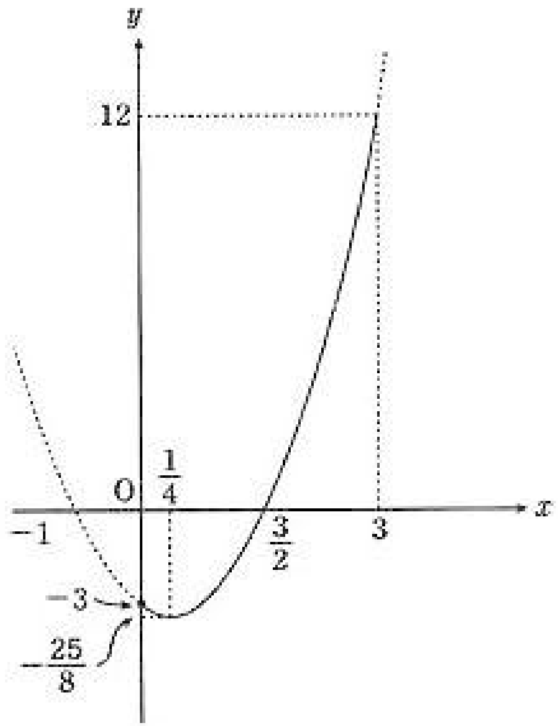
C の式の右辺を平方完成すると

$$y=2\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)-3=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$$

右のグラフより，$0\leqq x\leqq 3$ で

最小値は，$\dfrac{\overset{エオカ}{\boxed{-25}}}{\underset{キ}{\boxed{8}}}$ $\left(x=\dfrac{1}{4}\right)$

最大値は，$2\cdot3^2-3-3=\underset{クケ}{\boxed{12}}$ $(x=3)$

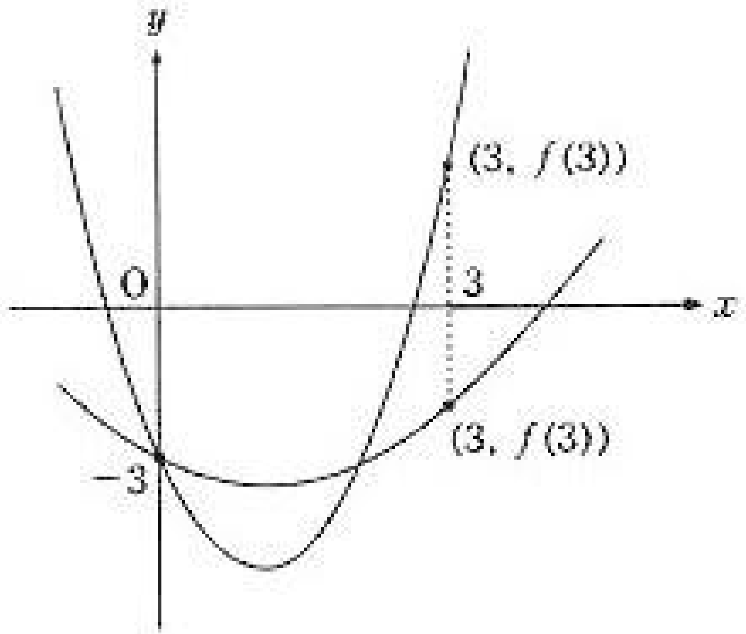


(2) C の式を $y=f(x)$ とすると，$f(0)=-3$

したがって，グラフ C は a の値にかかわらず y 切片が -3 である。

$a^2+1>0$ より，C のグラフは下に凸の放物線。

よって，x 軸の $x\geqq3$ の部分の1点を通るのは，右図より



$f(3)\leqq0$　⬅グラフを動かして考える。

であるとき。すなわち

$$9(a^2+1)+3(2a-3)-3\leqq0$$

$\therefore\ 3(a^2+1)+(2a-3)-1\leqq0$　$\therefore\ 3a^2+2a-1\leqq0$　$\therefore\ (a+1)(3a-1)\leqq0$

したがって，$\underbrace{\boxed{-1}}_{\text{コサ}}\leqq a\leqq\dfrac{\overset{\text{シ}}{\boxed{1}}}{\underset{\text{ス}}{\boxed{3}}}$

〈解説〉

(1)　例年どおり，２次関数について基本事項を問う問題。

「グラフが点を通る ⇨ 座標を代入した等式が成り立つ」

「２次関数の最大・最小 ⇨ 平方完成してグラフで調べる」

などは，きちんと押さえて確実に使えるようにしよう。

(2)　これは方針の立て方が勝負となる問題。例年より難しい。

グラフ C は下に凸の放物線で，定点 $(0,\ -3)$ を通る。これが見抜ければ，あとは $x=3$ における y の値の条件にいいかえることができる。

「解を求め，大きい方が３以上であるという不等式を作る」と考えて数式のみで押し通すことも不可能ではないが，時間がかかり実戦的ではないだろう。(腕に自信のある人は，試しにやってみるのもよい。同値変形をしていくことで，次の不等式が導けて，同じ結果が出る。$(a^2+1)(a+1)(3a-1)\leqq 0$)

〔2〕（確率）

〈解答〉

西から分かれ道に至ったとき

東に進む確率 …… $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$　　南北の道に進む確率 …… $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(1) 分かれ道は1か所のみ。そこで北への道をとるので，確率は $\dfrac{\overset{セ}{\boxed{2}}}{\underset{ソ}{\boxed{3}}}$

(2) 3つの分かれ道で，順に「東」「南」「南」と道をとるので，確率は

$$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\dfrac{\overset{タ}{\boxed{4}}}{\underset{チツ}{\boxed{27}}}$$

(3) (1)，(2)の余事象。その確率は，$1-\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{27}\right)=\dfrac{\overset{テ}{\boxed{5}}}{\underset{トナ}{\boxed{27}}}$

(4) BとCの賞金が等しいことから，このどちらへ進んでも結果は同じである。すなわち，B，Cへの道はゴールの手前で合流すると考えても，賞金の面ではさしつかえない。このことを使うと，

右の表のように整理できて，

求める期待値は

到達点	A	BまたはC	D
賞金(円)	200	1800	900
確　率	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{4}{27}$

$$200\times\frac{2}{3}+1800\times\frac{5}{27}+900\times\frac{4}{27}$$

$$=\frac{400}{3}+\frac{1000}{3}+\frac{400}{3}=\underset{ニヌネ}{\boxed{600}}\text{（円）}$$

〈解説〉

確率の問題としては，例年より易しめ。

(1)は言うまでもないが，(2)も堅実に正解を出したい。(2)のかけ算は，各分かれ道でさいころを振るという試行が独立な(互いに結果に影響を及ぼさない)ことによる。

さらに，(3)も余事象に着目したいところだ。ここでBとCを分けるのは，試験場では時間の無駄づかいになるだろう。

B（直進または一度南へ行き戻る）…… $\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{81}$

C（南へ行くタイミングを2通り考え）…… $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{81}$

この結果は(4)でも不要なのだ。それは，B，Cの賞金が1800円で等しいことによる。例えばBに到る確率をpとすると，Cに到る確率は$\frac{5}{27}-p$であり，期待値計算のBとCの部分は次のようになる。

$$1800p+1800\left(\frac{5}{27}-p\right)=1800p+1800\times\frac{5}{27}-1800p=1800\times\frac{5}{27}$$

これはpの値によらない定数である。

数学Ⅰ・数学A

問題番号(配点)	解答記号	正　　解	配点
第2問 (40)	ア	2	2
	$-$イ	-2	2
	$-$ウ	-6	2
	エ	5	2
	オ$x^2+(a+$カ$)x+b+1$	$2x^2+(a+1)x+b+1$	2
	キ	2	2
	ク	3	2
	$-$ケ	-5	2
	コ	1	2
	サシス$x(x-1)^2$	$-12x(x-1)^2$	2
	セ	3	4
	$\dfrac{\text{ソ}\sqrt{\text{タチ}}}{\text{ツ}}$	$\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$	4
	テ	6	4
	トナ	12	4
	ニ$\sqrt{\text{ヌ}}+2\sqrt{3}$	$2\sqrt{6}+2\sqrt{3}$	4

数学Ⅰ・数学A

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点
第3問 (20)	$\dfrac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$	$\dfrac{-1}{2}$	2
	$\dfrac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$	$\dfrac{-9}{32}$	4
	ク	9	4
	$\dfrac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\dfrac{1}{3}$	3
	$\dfrac{\text{サシ}}{\text{ス}}$	$\dfrac{-4}{3}$	3
	$\dfrac{\text{セソ}}{\text{タ}}$	$\dfrac{52}{3}$	4

数学Ⅰ・数学A

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第4問 (20)	アイI	BAI	3
	ED:ウI=エオ:HI	ED:AI=BD:HI または ED:AI=DB:HI	4
	Iカキ	IAB	3
	クケI	DBI	3
	AI・コI=サI・GI	AI・DI=FI・GI	4
	シ	4	3

数学Ⅰ・数学A

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第5問 (20)	アイウ	190	2
	エオカ	210	2
	キ	2	2
	ク	3	2
	ケコ	10	1
	サシ	40	1
	ス	4	2
	セ	5	2
	ソタ	10	1
	チツ	40	1
	テ	1	2
	ト	3	2