第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕

(1) 関数

$$f(x) = 3^x + 3^{-x}$$

に対して

$$f(x-1) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \cdot 3^x + \boxed{\text{ウ}} \cdot 3^{-x}$$

である。また，$f(x-1) = f(x)$ を満たす x を求めると，$x = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$

であり，このときの $f(x)$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

（数学II・数学B第1問は次ページに続く。）

(2) 関数

$$y = \log_2\left(\frac{x}{2} + 3\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

のグラフは，関数

$$y = \log_2 x \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ケコ}}$ ，y軸方向に $\boxed{\text{サシ}}$ だけ平行移動したものである。①と②のグラフの共有点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ス}},\ 1 + \log_2 \boxed{\text{セ}}\right)$$

である。

（数学II・数学B第1問は次ページに続く。）

〔2〕 座標平面上の直線 $y=3x$ を ℓ とする。原点Oと異なる ℓ 上の点Aを第1象限にとり，x 軸に関してAと対称な点をB，ℓ に関してBと対称な点をCとする。

(1) 直線ABと x 軸との交点をD，$\angle\mathrm{AOD}=\theta$ とすると

$$\tan\theta=\boxed{\text{ソ}},\qquad \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}$$

である。また，$\angle\mathrm{CAB}=\alpha$ とおくと

$$\alpha=\boxed{\text{ツテト}}^{\circ}-\boxed{\text{ナ}}\,\theta$$

であり，$\cos\alpha=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ となる。

（数学II・数学B第1問は次ページに続く。）

(2) $\triangle$OAB の面積を S_1，$\triangle$OBC の面積を S_2 とする。$\angle$BOC $=$ $\boxed{\text{ネ}}\,\alpha$ であり

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\boxed{\text{ネ}}\,\alpha\right)} = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

第2問 （必答問題）（配点　30）

a を 0 でない実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 3ax^2 - (8a+6)x + 4a + 6$$

により定める。

(1)　b，u，v を実数，$b \neq 0$ として，$g(x) = 3bx^2 + ux + v$ とおく。$g(x)$ が $\int_{-1}^{0} g(x)dx = -6$ を満たし，座標平面において，$y = g(x)$ の表す放物線 C が点$(-1,\ -9)$ を通るとする。このとき u と v は b を用いて

$$u = \boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウ}}, \qquad v = \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}$$

と表される。さらに，放物線 $y = f(x)$ と放物線 C が，y 軸上で共有点をもち，その点における二つの放物線の接線が一致するならば

$$a = \boxed{\text{カキ}}, \qquad b = \boxed{\text{ク}}$$

となり，その接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ケコ}}\,x - \boxed{\text{サ}}$$

である。

（数学II・数学B第2問は次ページに続く。）

(2) a を，(1)の解のみに限定せずに，0でない実数とする。関数 $h(x)$ を

$$h(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

により定める。このとき $x = 0$ および $x = 2$ における $h(x)$ の値と微分係数は，それぞれ

$$h(0) = \boxed{\text{シ}}, \qquad h(2) = \boxed{\text{ス}}$$

$$h'(0) = \boxed{\text{セ}}\,a + \boxed{\text{ソ}}, \quad h'(2) = \boxed{\text{タチ}}$$

である。$0 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $h(x)$ が正の値も負の値も両方とるのは

$$a < \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

第3問 (選択問題)(配点　20)

紙片の上に図1のようなひし形 $\mathrm{ABCD_0}$ があり，$\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 2$ とする。また，線分ACの中点をOとする。この紙片を，図2のように空間の中で，ACに沿って 60° だけ折り曲げ，点 $\mathrm{D_0}$ の新しい位置をDとする。

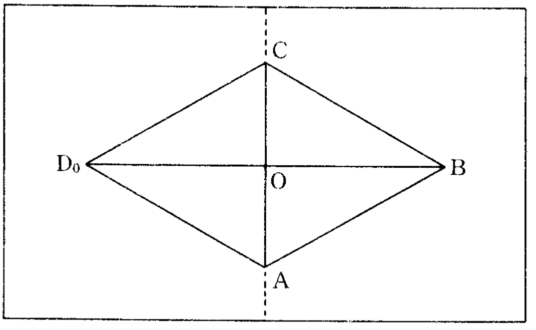

図　1

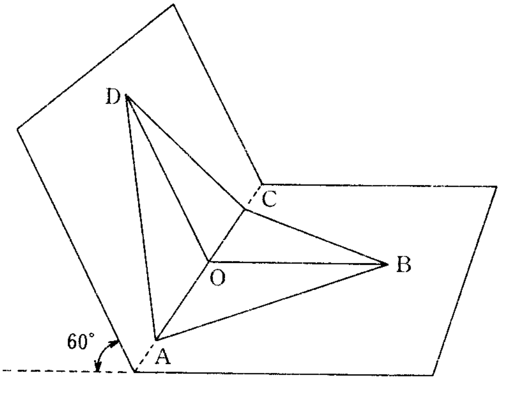

図　2

(1)　このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ についての内積を求めると

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{\text{ア}}\,,\quad \overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{\text{イ}}\,,\quad \overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

となる。

(数学II・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) a を $0 < a < 1$ を満たす数とし，線分 BD を $a:(1-a)$ の比に内分する点 P をとる。このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \left(\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}} \right)\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \boxed{\text{ク}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \left(\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}} \right)\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} - \boxed{\text{サ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \left(\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}} \right)\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}} - \boxed{\text{セ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

である。したがって

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \boxed{\text{ソ}}\,a^2 - \boxed{\text{タ}}\,a + \boxed{\text{チ}}$$

となる。よって，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ が直交するのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}},\quad \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

のときである。$\left(\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right.$ と $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

第4問 (選択問題)(配点　20)

k を定数とし，c を正の定数とする。方程式

$$x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

方程式 ① が $x = -1$ を解にもつとする。このとき

$$k = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}$$

であり，① の左辺は

$$x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = (x+1)\left(x^2 - \boxed{\text{ウ}}\,x + \boxed{\text{エ}}^{\boxed{\text{オ}}}\right)$$

と因数分解される。

したがって，① の -1 以外の解で，虚部（虚数単位 i の係数）が正のものを α とすると

(数学II・数学B第4問は次ページに続く。)

$$\alpha = \boxed{\text{カ}}\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}i\right)$$

となる。

複素数平面において，原点をOとし，α，-1を表す点をそれぞれA，Bとする。三角形OABが二等辺三角形となるのは $c = \boxed{\text{サ}}$ のときである。このとき，$\alpha + 1$ を極形式で表すと

$$\alpha + 1 = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}\left(\cos \boxed{\text{スセ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{スセ}}^\circ\right)$$

であり

$$(\alpha + 1)^6 = \boxed{\text{ソタチ}}$$

である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

赤い玉が2個，青い玉が3個，白い玉が5個ある。これらの10個の玉を袋に入れてよくかきまぜ，その中から4個をとり出す。とり出したものに同じ色の玉が2個あるごとに，これを1組としてまとめる。まとめられた組に対して，赤は1組につき5点，青は1組につき3点，白は1組につき1点が与えられる。このときの得点の合計を X とする。

(1) X は $\boxed{\text{ア}}$ 通りの値をとり，その最大値は $\boxed{\text{イ}}$ ，最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（数学II・数学B第5問は次ページに続く。）

(2)　X が最大値をとる確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(3)　X が最小値をとる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

また，X が最小値をとるという条件の下で，3色の玉がとり出される条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

第6問 （選択問題）（配点 20）

n を 2 以上の整数とする。このとき，座標平面上の点 $(x,\ y)$ で，x と y が $x+y \leqq n$ を満たす正の整数であるものの全体に，1，2，…… と順に番号をつけるため，次のプログラムをつくった。

このプログラムでは，たとえば，1 番目が点（1，1）であれば

```
1)  1  1
```

のように出力される。

```
10 INPUT "n=";N
20 S=0
30 FOR K=2 TO N
40   FOR X=1 TO [ ア ]
50     Y=K-X : S=S+1
60     PRINT S;") " ; X;Y
70   NEXT X
80 NEXT K
90 END
```

（数学II・数学B第6問は次ページに続く。）

(1) 上のプログラム中の $\boxed{\text{ア}}$ に，次の ⓪〜⑨ のうちから適当なものを一つ選んでプログラムを完成せよ。

① K+1　　② K　　③ K-1　　④ N+1　　⑤ N
⑥ N-1　　⑦ N-K+1　　⑧ N-K　　⑨ N-K-1

(2) このプログラムを実行し，n=? に対して 3 を入力すると，新たに

1) $\boxed{\text{イ}}$ $\boxed{\text{ウ}}$
2) $\boxed{\text{エ}}$ $\boxed{\text{オ}}$
3) $\boxed{\text{カ}}$ $\boxed{\text{キ}}$

が表示される。

(3) このプログラムを実行し，n=? に対して 8 を入力すると，新たに表示される 10 番目，20 番目および最後から一つ前の行はそれぞれ

10) $\boxed{\text{ク}}$ $\boxed{\text{ケ}}$
20) $\boxed{\text{コ}}$ $\boxed{\text{サ}}$
$\boxed{\text{シス}}$) $\boxed{\text{セ}}$ $\boxed{\text{ソ}}$

となる。

(4) このプログラムによって点（4，3）が表示されるような最小の n は $\boxed{\text{タ}}$ であり，そのとき，この点は $\boxed{\text{チツ}}$ 番目に表示される。