

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1] a, b を実数とし, 2 次関数

$$y = 4x^2 - 8x + 5 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$y = -2(x + a)^2 + b \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする。

(1) C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき,

$$a = \boxed{\text{アイ}}, \quad b = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) ① について、 $y = 17$ となる x の値は と である。

② についても、 $y = 17$ となる x の値が と であるとすると、 C_2 の軸は直線 $x =$ で、頂点の座標は

$$\left(\text{キ}, \text{クケ} \right)$$

である。

(3) C_1 を x 軸方向に c 、 y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動したとき、 y 軸と点 $(0, 4)$ で交わるならば

$$c = \frac{\text{コサ}}{\text{シ}}$$

である。このとき、移動した放物線を表す 2 次関数の最小値は ① の最小値より だけ大きい。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 赤玉 3 個，青玉 2 個，黄玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し，色
を確かめてから袋に戻す。このような試行を最大で 3 回までくり返す。ただ
し，赤玉を取り出したときは以後の試行を行わない。

(1) 試行が 1 回または 2 回で終わる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 試行が 1 回行われるごとに 100 円受け取るとする。受け取る金額の期待値は $\boxed{\text{タチツ}}$ 円である。

(3) 青玉がちょうど 2 回取り出される確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(4) 黄玉が少なくとも 1 回取り出される確率は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

第 2 問 (必 答 問 題) (配 点 40)

[1] a を実数とし, x の整式 A, B を

$$A = x^3 + 5x^2 + a^2x + a^2 - 6a + 20$$

$$B = x^3 + (a^2 + 5)x + a^2 - 6a + 30$$

とする。このとき

$$A - B = 5 \left(x + \boxed{\text{ア}} \right) \left(x - \boxed{\text{イ}} \right)$$

である。

(1) $P = x + \boxed{\text{ア}}$ とし, A が P で割り切れるとする。このとき

$$a = \boxed{\text{ウ}}, \quad A = \left(x^2 + 4x + \boxed{\text{エオ}} \right) P$$

(数 学 I ・ 数 学 A 第 2 問 は 次 ペ ー ジ に 続 く 。)

である。さらに

$$B = (x^2 - x + \boxed{\text{カキ}})P$$

であり、 A 、 B はともに P で割り切れる。

(2) $Q = x - \boxed{\text{イ}}$ とすると、 A を Q で割った余り R は

$$R = \boxed{\text{ク}}(a-1)^2 + 45$$

となる。よって、どんな a についても余り R は正となり、 A は Q で割り切れない。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

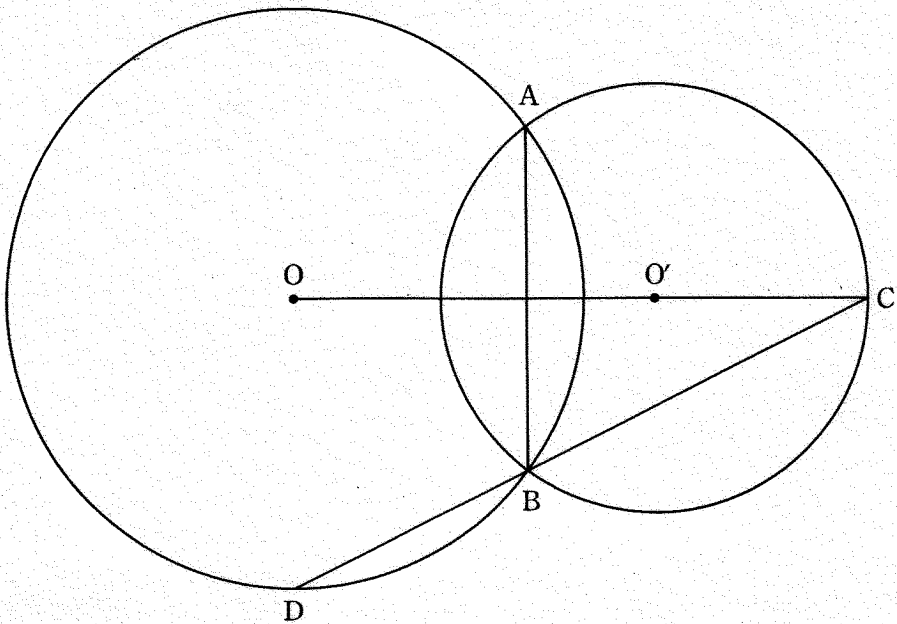
数学 I ・ 数学 A

[2] 図のように交わる 2 円 O, O' がある。この図において A, B は 2 円の交点, C は直線 OO' と円 O' の交点, D は直線 CB と円 O の交点である。さらに

$$\sin \angle ABC = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad AB = 3, \quad BD = \sqrt{5}$$

とする。このとき

$$\cos \angle ABD = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \quad AD = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

となり、円 O の半径 OA は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。また円 O' の半径 O'A は

$\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。さらに 2 円の中心間の距離は

$$OO' = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

第3問 (選択問題) (配点 20)

(1) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 2, a_2 = 3, a_{n+2} - a_n = 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき,

$$a_3 = \boxed{\text{ア}}, a_4 = \boxed{\text{イ}}, a_5 = \boxed{\text{ウエ}}, a_6 = \boxed{\text{オカ}}$$

であり, $a_{40} = \boxed{\text{キク}}$ である。また,

$$\sum_{k=1}^{40} a_k = \boxed{\text{ケコサシ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第3問は次ページに続く。)

(2) 数列 $\{b_n\}$ の各項から定数 c を引いて得られる数列は、公比 2 の等比数列である。 $b_3 = 7$, $b_4 = 11$ であるとき、

$$c = \boxed{\text{ス}}, \quad b_1 = \boxed{\text{セ}}$$

である。また、

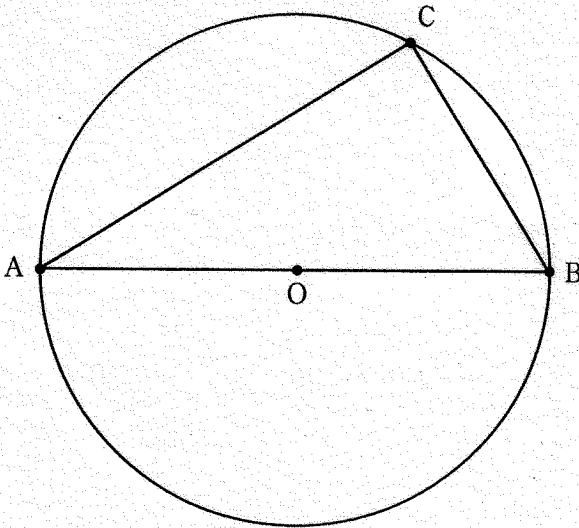
$$\sum_{k=1}^{10} b_k = \boxed{\text{ソタチツ}}$$

である。

第4問 (選択問題) (配点 20)

半径 1 の円 O の直径 AB によって分けられる半円周上を動く点 C がある。
 $\triangle ABC$ の内接円の中心を D とし、線分 CD の延長と円 O の交点を E とする。

次ページの文章中の **アイウ** と **クケコ** については、当てはまる文字を
 $A \sim E$ のうちから選べ。ただし、**ア**と**ウ**、**ク**と**コ**は解答の順序を問わない。



(数学 I ・ 数学 A 第4問は次ページに続く。)

点 D の軌跡を調べよう。D は $\triangle ABC$ の内心であるから、

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle \boxed{\text{アイウ}}$$

であり、 $\angle ABE = \angle ACE$ により、 $\angle ABE = \boxed{\text{エオ}}^\circ$ となる。よって、A、B が定点であるから、E は定点であることがわかる。次に、 $\triangle EBD$ において、

$$\angle EDB = \angle DCB + \angle DBC, \quad \angle EBD = \angle ABE + \angle DBA$$

に注意すると、

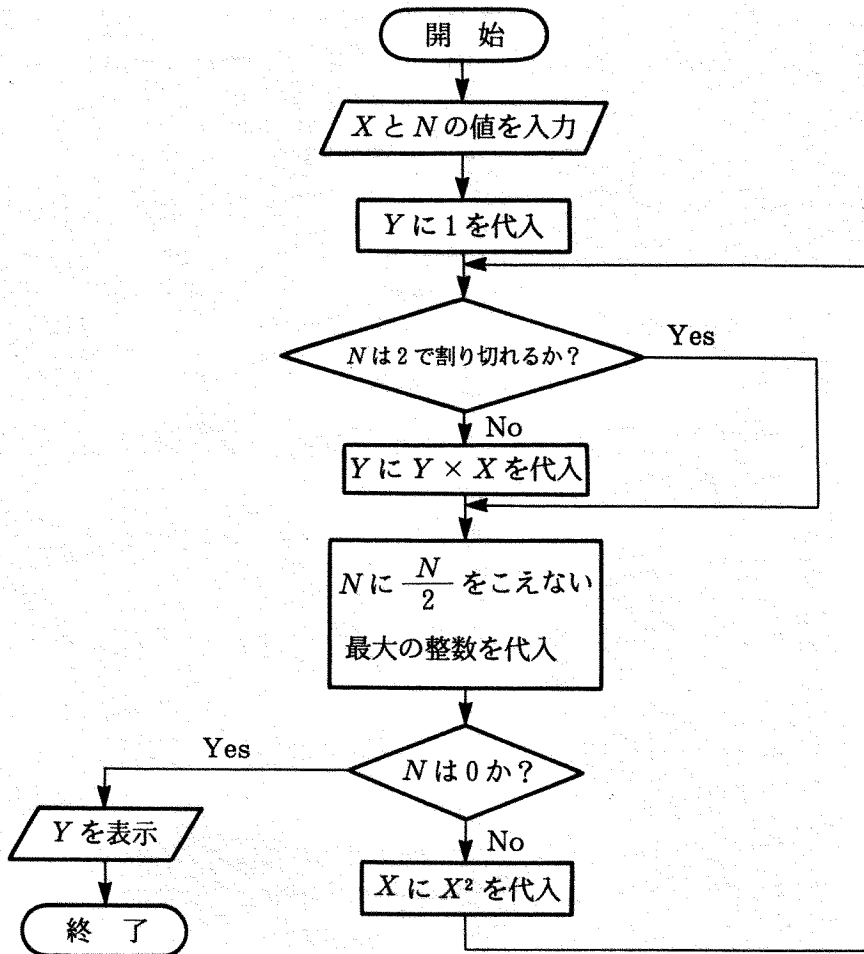
$$\angle EDB = \boxed{\text{カキ}}^\circ + \frac{1}{2} \angle \boxed{\text{クケコ}} = \angle EBD$$

となる。したがって、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形で $ED = EB$ である。これにより D の軌跡は E を中心とした半径 $\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ の円弧であることがわかる。

$\triangle ABC$ の内接円の半径を r とし、E からこの内接円に引いた接線の接点と E との距離を l とする。 $l^2 = \boxed{\text{シ}} - r^2$ であるから、 $\angle ABC = \boxed{\text{スセ}}^\circ$ のとき l は最小となり、そのとき $l^2 = \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}}$ である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

(1) 次の流れ図を考える。ただし、 N には自然数を入力することとする。



$X = 2, N = 5$ のとき、この流れ図にそって計算すると、 Y は **アイ** となる。また、 $X = 1, N = 13$ のとき、この流れ図にそって計算すると、処理 **YにY×Xを代入** は **ウ** 回実行され、処理 **XにX²を代入** は **エ** 回実行される。

(数学 I ・ 数学 A 第5問は次ページに続く。)

- (2) 次のプログラムを考える。ただし、 N には自然数を入力することとする。
また、 $\text{INT}(A)$ は A をこえない最大の整数を与える関数とする。

```

100 INPUT "X=";X
110 INPUT "N=";N
120 Y=1
130 X=X*X
140 IF N-2*INT(N/2)=0 THEN GOTO 160
150 Y=Y*X
160 N=INT(N/2)
170 IF N=0 THEN GOTO 190
180 GOTO 140
190 PRINT "Y=";Y
200 END

```

このプログラムを実行し、 X に2、 N に5を入力すると、 $Y=$ オカ と表示される。

- (3) (2)のプログラムを(1)の流れ図の処理を実行するプログラムに書き換えるためには、130行を削除し、キ行として $X=X*X$ を追加すればよい。ただし、キには次の①～③のうちから当てはまるものを選び。

① 115

② 145

③ 155

④ 175