第1問 （必答問題）（配点　40）

〔1〕 a を定数とし，2次関数

$$y = -4x^2 + 4(a-1)x - a^2$$

のグラフを C とする。

(1) C が点 $(1,\ -4)$ を通るとき，$a = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) C の頂点の座標は

$$\left(\frac{a-1}{\boxed{\text{イ}}},\ \boxed{\text{ウエ}}\,a + \boxed{\text{オ}} \right)$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(3)　$a > 1$とする。xが$-1 \leqq x \leqq 1$の範囲にあるとき，この2次関数の最大値，最小値を調べる。最大値は

$$1 < a \leqq \boxed{\text{カ}} \text{ ならば } -2a + \boxed{\text{キ}}$$
$$a > \boxed{\text{カ}} \text{ ならば } -a^2 + 4a - \boxed{\text{ク}}$$

である。また，最小値は

$$-a^2 - \boxed{\text{ケ}}\,a$$

である。最大値と最小値の差が12になるのは

$$a = -1 + \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

のときである。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 二つの箱A，Bがある。

Aの箱には，次のように6枚のカードが入っている。

0の数字が書かれたカードが1枚

1の数字が書かれたカードが2枚

2の数字が書かれたカードが3枚

Bの箱には，次のように7枚のカードが入っている。

0の数字が書かれたカードが4枚

1の数字が書かれたカードが1枚

2の数字が書かれたカードが2枚

Aの箱から1枚，Bの箱から2枚，あわせて3枚のカードを取り出す。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(1)　3枚のカードに書かれた数がすべて0である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(2)　3枚のカードに書かれた数の積が4である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

(3)　3枚のカードに書かれた数の積が0である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(4)　3枚のカードに書かれた数の積の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

第2問 (必答問題)(配点 40)

〔1〕 a, bを実数とし, xの整式A, Bを

$$A = x^2 + ax + b, \qquad B = x^2 + x + 1$$

とする。ただし, AとBは等しくないものとする。

(1) 等式

$$A^2 + B^2 = 2x^4 + 6x^3 + 3x^2 + cx + d$$

が成り立つとき, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = -\boxed{\text{イ}}$, $c = -\boxed{\text{ウ}}$, $d = \boxed{\text{エ}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 等式

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$
$$= \left\{(a-1)x + (b-1)\right\}\left\{\boxed{\text{オ}}\,x^2 + \left(a + \boxed{\text{カ}}\right)x + b + 1\right\}$$

を考える。$A - B$ が $x - 1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{キ}}$ のときであり，また，$A + B$ が $x - 1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{ク}}$ のときである。よって $A - B$ と $A + B$ が同時に $x - 1$ で割り切れることはない。ただし，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ については，次の⓪～④の中から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

⓪ $a + b = 0$　① $a - b = 0$　② $a + b - 2 = 0$

③ $a + b + 4 = 0$　④ $a - b - 2 = 0$

したがって，$A^2 - B^2$ が $(x-1)^2$ で割り切れるのは，$A + B$ が $(x-1)^2$ で割り切れる場合である。このとき

$$a = -\boxed{\text{ケ}},\quad b = \boxed{\text{コ}},\quad A^2 - B^2 = \boxed{\text{サシス}}\,x(x-1)^2$$

となる。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 半径 R の円に内接する四角形ABCDが

$$AB = \sqrt{3} - 1,\ \ BC = \sqrt{3} + 1,\ \ \cos\angle ABC = -\frac{1}{4}$$

を満たしており，△ACDの面積は△ABCの面積の3倍であるとする。

このとき，

$$AC = \boxed{\text{セ}},\ \ R = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

また，$\triangle$ACD と$\triangle$ABC の面積についての条件から，

$$\mathrm{AD} \times \mathrm{CD} = \boxed{\text{テ}}$$

$$\mathrm{AD}^2 + \mathrm{CD}^2 = \boxed{\text{トナ}}$$

となる。したがって，四角形 ABCD の周の長さは

$$\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} + 2\sqrt{3}$$

である。

第3問 （選択問題）（配点　20）

(1)　初項が 0 でない等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + 2a_2 = 0$ を満たしている。

このとき，公比は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。$a_1 + a_2 + a_3 = \dfrac{9}{4}$ ならば，

$a_4 + a_5 + a_6 = \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，$\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \cdots + \dfrac{1}{a_n} = 57$

となるのは $n = \boxed{\text{ク}}$ のときである。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

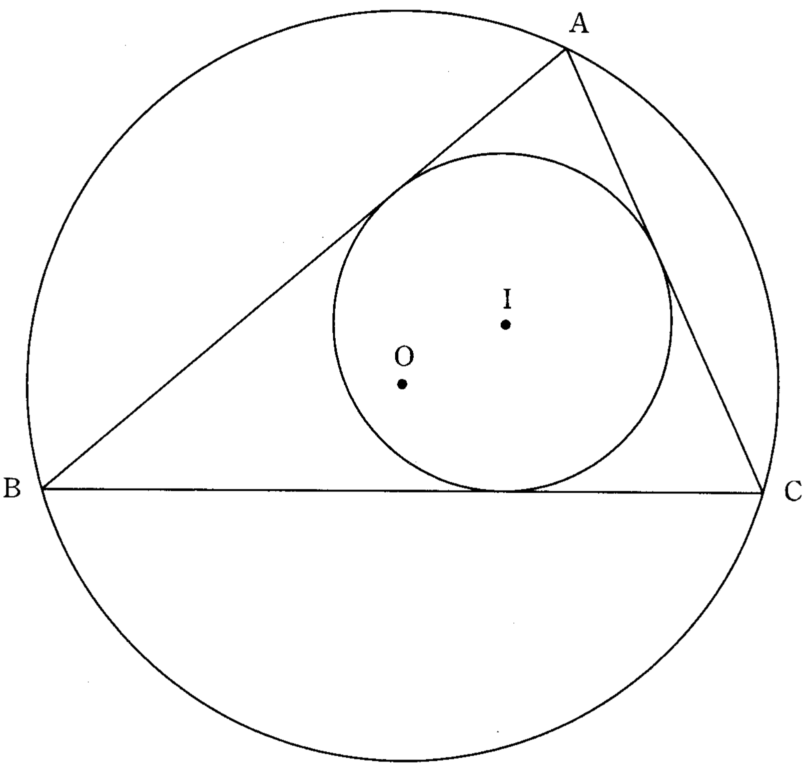
(2)　$b_n = pn + q$ で表される数列 $\{b_n\}$ に対して，初項から第 n 項までの和を S_n とする。$b_7 = 1$，$S_{12} = 10$ ならば，$p = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$q = \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，

$S_1 + S_2 + \cdots + S_{12} = \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

三角形ABCの外心をO，内心をI，また，外接円の半径をR，内接円の半径をrとする。OとIが一致しない場合にR，rとOIの関係を調べよう。次ページの**ア**〜**サ**にはA〜Gの中からC以外の当てはまる文字を選べ。ただし，**エ**と**オ**は解答の順序を問わない。

AIの延長と外接円の交点をDとし，DOの延長と外接円の交点をEとする。また直線OIと外接円の交点をF，GとしF，O，I，Gがこの順に並ぶものとする。IからACへ垂線をひき，交点をHとする。



（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

$\triangle$AHI と$\triangle$EBD は，

$\angle$HAI $= \angle$ $\boxed{\text{アイ}}$ I $= \angle$BED

$\angle$AHI $= \angle$EBD $= 90^\circ$

であるから相似で，ED：$\boxed{\text{ウ}}$ I $=$ $\boxed{\text{エオ}}$ ：HI が成り立ち

$\boxed{\text{ウ}}$ I・$\boxed{\text{エオ}}$ $= 2rR$ ……………… (1)

次に$\triangle$DBI において

$\angle$DIB $= \angle$I $\boxed{\text{カキ}}$ $+ \angle$IBA

$\angle$DBI $= \angle$DBC $+ \angle$IBC

$\angle$IBA $= \angle$IBC

$\angle$I $\boxed{\text{カキ}}$ $= \angle$DAC $= \angle$DBC

であるから，$\angle$DIB $= \angle$ $\boxed{\text{クケ}}$ I で，$\triangle$DBI は二等辺三角形となり

$\boxed{\text{エオ}}$ $=$ ID ……………… (2)

$\triangle$IFD と$\triangle$IAG において

$\angle$IFD $= \angle$GFD $= \angle$IAG

$\angle$FID $= \angle$AIG

したがって，$\triangle$IFD と$\triangle$IAG は相似であり

AI・$\boxed{\text{コ}}$ I $=$ $\boxed{\text{サ}}$ I・GI

$= (\boxed{\text{サ}}\ \text{O} + \text{OI})(\text{GO} - \text{OI})$

$= R^2 - \text{OI}^2$ ……………… (3)

(1)，(2)，(3)から

$\text{OI}^2 = R^2 - \boxed{\text{シ}}$

が成り立つ。ただし，$\boxed{\text{シ}}$ には次の⓪～⑤の中から正しいものを一つ選べ。

⓪ r　　① R　　② r^2

③ rR　　④ $2rR$　　⑤ $4rR$

第5問 （選択問題）（配点　20）

次のプログラムは $x = 0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ 9$ に対する $ax^2 + bx + c$ の値の最小値と最大値を求めるものである。$\boxed{\text{アイウ}}$，$\boxed{\text{エオカ}}$ に適当な行番号を入れてプログラムを完成せよ。

```
100 INPUT "a=";A
110 INPUT "b=";B
120 INPUT "c=";C
130 U=C
140 V=C
150 FOR X=0 TO 9
160     Y=A*X*X+B*X+C
170     IF Y>=U THEN GOTO [アイウ]
180     U=Y
190     IF Y<=V THEN GOTO [エオカ]
200     V=Y
210 NEXT X
220 PRINT "最小値=";U
230 PRINT "最大値=";V
240 END
```

(1) 上のプログラムを実行して，a=? に対して -1，b=? に対して 7，c=? に対して 28 を入力すると，180 行は $\boxed{\text{キ}}$ 回，200 行は $\boxed{\text{ク}}$ 回実行され

最小値 $=$ $\boxed{\text{ケコ}}$

最大値 $=$ $\boxed{\text{サシ}}$

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

が表示される。また，170 行の不等号 `>=` を `>` に，190 行の不等号 `<=` を `<` に変更したのち，同じデータを入力すると，180 行は $\boxed{\text{ス}}$ 回，200 行は $\boxed{\text{セ}}$ 回実行され

最小値 ＝ $\boxed{\text{ソタ}}$

最大値 ＝ $\boxed{\text{チツ}}$

が表示される。

(2) 冒頭のプログラムの 170 行と 180 行は，180 行を削除して 170 行を

170 $\boxed{\text{テ}}$

と書き直しても同じ結果を得る。同様に 190 行と 200 行も，200 行を削除して，190 行を

190 $\boxed{\text{ト}}$

と書き直すことができる。ただし，$\boxed{\text{テ}}$ と $\boxed{\text{ト}}$ については，次の⓪～⑤の中から最も適当なものを一つずつ選べ。

⓪ `IF Y>U THEN U=Y`	① `IF Y<U THEN U=Y`
② `IF Y=U THEN U=Y`	③ `IF Y>V THEN V=Y`
④ `IF Y<V THEN V=Y`	⑤ `IF Y=V THEN V=Y`