第1問

〔1〕（2次関数）

〈解答〉

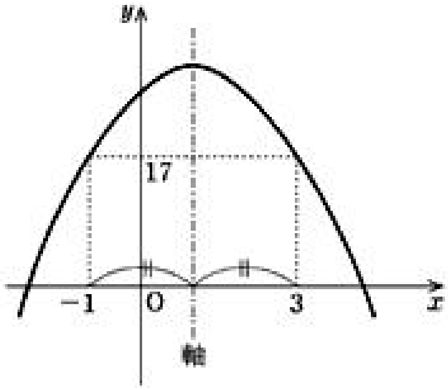
(1) ①より　$y=4(x^2-2x)+5=4(x-1)^2+1$　　⬅ 平方完成

よって，C_1 の頂点は $(1,\ 1)$ で，これと C_2 の頂点 $(-a,\ b)$ が一致するから

$$a=\underset{\text{アイ}}{\boxed{-1}},\quad b=\underset{\text{ウ}}{\boxed{1}}$$

(2) ①に，$y=17$ を代入して，$17=4x^2-8x+5$　　$\therefore\ 4(x+1)(x-3)=0$

$$\therefore\quad x=\underset{\text{エオ}}{\boxed{-1}},\quad x=\underset{\text{カ}}{\boxed{3}}$$



C_2 のグラフは右図のようになり，

軸は，直線 $x=\underset{\text{キ}}{\boxed{1}}$　　⬅ $\dfrac{-1+3}{2}$

よって，②は次のようになる。

$$y=-2(x-1)^2+b$$

さらに，グラフが点 $(3,\ 17)$ を通るから

$$17=-2(3-1)^2+b \qquad \therefore\ b=25$$

したがって，C_2 の頂点は　$(1,\ \underset{\text{クケ}}{\boxed{25}})$

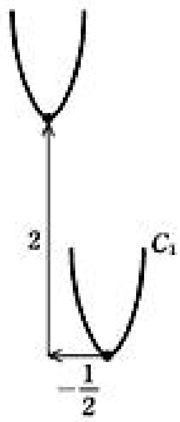
(3) C_1 を x 軸方向に c，y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動した放物線の式は

$$y+4c=4(x-c)^2-8(x-c)+5$$

これが点 $(0,\ 4)$ を通るから

$$4+4c=4c^2+8c+5 \qquad \therefore\ (2c+1)^2=0$$

$$\therefore\quad c=\frac{\overset{\text{コサ}}{\boxed{-1}}}{\underset{\text{シ}}{\boxed{2}}}$$



y 軸方向の移動は，$-4c$ すなわち 2 であるから，頂点も y 軸方向には 2 だけ移動し，最小値は $\underset{\text{ス}}{\boxed{2}}$ だけ大きくなる。

〈解説〉

2次関数について，基本変形，平行移動などを問う内容である。どれも基本的な問題だが，常に

“数式とグラフの関連”

に注意を払おう。例えば(2)の軸の方程式や(3)の最小値の差などは，数式計算だけで求めると手間どるだろう。グラフをイメージしたりかいたりしながら計算を進める学習を心がけたい。

第2問

〔1〕（整式の除法）

〈解答〉

$$A-B=5x^2-5x-10=5(x^2-x-2)=5\left(x+\underset{ア}{\boxed{1}}\right)\left(x-\underset{イ}{\boxed{2}}\right)$$

(1) A を P で割ると右のようになる。

割り切れるとき，余りが0より

$-6a+24=0$

$\therefore\ a=\underset{ウ}{\boxed{4}}$

これを商に代入して

$$A=\left(x^2+4x+\underset{エオ}{\boxed{12}}\right)P$$

また，$A-B=5(x-2)P$ であるから，

$$B=A-5(x-2)P=(x^2+4x+12)P-(5x-10)P=\left(x^2-x+\underset{カキ}{\boxed{22}}\right)P$$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2+4x+(a^2-4) \\ \hline
x+1 & x^3+5x^2+a^2x+(a^2-6a+20) \\
 & x^3+\ x^2 \\ \hline
 & \quad 4x^2+a^2x \\
 & \quad 4x^2+\ 4x \\ \hline
 & \quad (a^2-4)x+(a^2-6a+20) \\
 & \quad (a^2-4)x+(a^2 \qquad -4) \\ \hline
 & \qquad\qquad -6a+24
\end{array}$$

(2) A を Q で割ると右のようになる

したがって，

$R=3(a^2-2a)+48$

$\quad =\underset{ク}{\boxed{3}}(a-1)^2+45$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2+7x+(a^2+14) \\ \hline
x-2 & x^3+5x^2+a^2x+(a^2-6a+20) \\
 & x^3-2x^2 \\ \hline
 & \quad 7x^2+\ a^2x \\
 & \quad 7x^2-14x \\ \hline
 & \quad (a^2+14)x+(a^2-6a+20) \\
 & \quad (a^2+14)x-2a^2 \qquad -28) \\ \hline
 & \qquad\qquad 3a^2-6a+48
\end{array}$$

〈解説〉

計算すれば全部できるので，例年より易し目。ただ(1)の後半は，割り算を繰り返すのではなく，$A-B$ の利用で求めたい。このように「式を見る目」も問われていると考えるべきだろう。

なお，数学Bを学習した人は

剰余の定理：整式 $f(x)$ を1次式 $x-k$ で割った余りは $f(k)$

を積極的に利用して，計算の手間を省くとよい。

第3問 （等差数列，等比数列）

〈解答〉

(1)　$a_{n+2}=a_n+4$，$a_1=2$，$a_2=3$ であるから

$$a_3=a_1+4=\underset{\text{ア}}{\boxed{6}} \qquad a_4=a_2+4=\underset{\text{イ}}{\boxed{7}} \qquad a_5=a_3+4=\underset{\text{ウエ}}{\boxed{10}} \qquad a_6=a_4+4=\underset{\text{オカ}}{\boxed{11}}$$

a_{40} は，偶数番目の項のうちで 20 番目であるから

$$a_{40}=a_2+(20-1)\times4=\underset{\text{キク}}{\boxed{79}}$$

さらに，$a_{39}=79-1=78$ より

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{40}a_k&=(a_1+a_3+\cdots\cdots+a_{39})+(a_2+a_4+\cdots\cdots+a_{40})\\&=(2+6+\cdots\cdots+78)+(3+7+\cdots\cdots+79)\\&=\frac{(2+78)\times20}{2}+\frac{(3+79)\times20}{2}\\&=800+820=\underset{\text{ケコサシ}}{\boxed{1620}}\end{aligned}$$

⬅ いずれも等差数列の和

(2)　$b_4-c=2(b_3-c)$ であるから

$$11-c=2(7-c) \qquad \therefore\ c=\underset{\text{ス}}{\boxed{3}}$$

したがって，等比数列の第 4 項から初項までは順に，8，4，2，1 であり

$$b_1=1+3=\underset{\text{セ}}{\boxed{4}}$$

$b_n=2^{n-1}+3$ であるから

$$\sum_{k=1}^{10}b_k=\sum_{k=1}^{10}2^{k-1}+\sum_{k=1}^{10}3=\frac{1\times(2^{10}-1)}{2-1}+30=\underset{\text{ソタチツ}}{\boxed{1053}}$$

〈解説〉

(1)　1 つおきに見ていくと等差数列になっている。つまり 2 つの等差数列の項を交互に並べてできる数列である。どちらも公差が 4 で，$a_{2k}-a_{2k-1}=a_2-a_1=1$ である。

+4　+4

2，3，6，7，10，11，……

+4　+4

　和の計算は，他に $(2+3)+(6+7)+(10+11)+\cdots\cdots+(78+79)$ のようにまとめ直して，初項 5，末項 157，項数 20 の等差数列の和と考えてもよい。

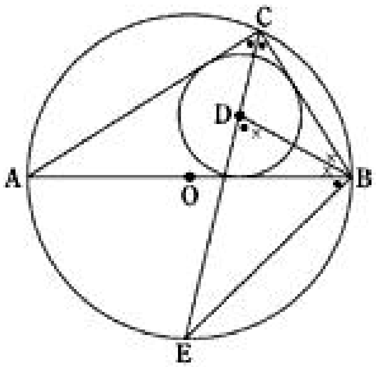
(2)　等比数列の各項に定数 3 を加えた数列であり，こちらはごく基本的である。確実に解けるようにしておこう。

第4問　（平面幾何 —— 軌跡，最小値）

〈解答〉

三角形の内心は，内角の２等分線上にあるから

$$\angle \mathrm{ACD}=\frac{1}{2}\angle\underset{アイウ}{\boxed{\mathrm{ACB}}}=45^\circ$$



したがって，$\angle \mathrm{ABE}=\angle \mathrm{ACE}=\underset{エオ}{\boxed{45}}{}^\circ$

また，$\angle \mathrm{EDB}=\angle \mathrm{DCB}+\angle \mathrm{DBC}$

$$=\underset{カキ}{\boxed{45}}{}^\circ+\frac{1}{2}\angle\underset{クケコ}{\boxed{\mathrm{ABC}}}$$

$$=\angle \mathrm{EBD}$$

$\triangle \mathrm{AEB}$ が，斜辺 $\mathrm{AB}=2$ の直角二等辺三角形であることに注意して

$$\mathrm{ED}=\mathrm{EB}=\sqrt{\underset{サ}{\boxed{2}}}$$

右図１から，$l^2=\underset{シ}{\boxed{2}}-r^2$ である。

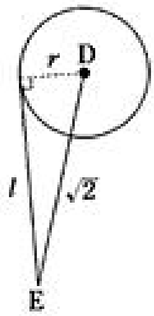


図１

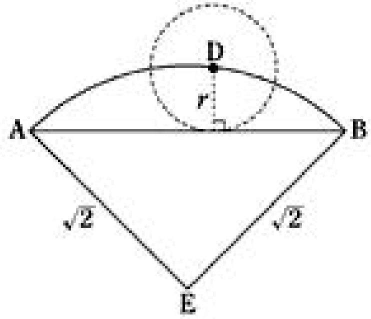


図２

また，点 D の軌跡は図２の $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ で，点 D と直線 AB の距離が r である。よって，r が最大になるのは，点 D が $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の中点にくるときである。そのとき，DE は O を通るので，図３のようになる。

l が最小になるのは，r が最大になるこの場合であり，

$$\angle \mathrm{ABC}=\underset{スセ}{\boxed{45}}{}^\circ$$

$r=\sqrt{2}-1$ より

$$l^2=2-(\sqrt{2}-1)^2$$

$$=\underset{ソ}{\boxed{2}}\sqrt{\underset{タ}{\boxed{2}}}-\underset{チ}{\boxed{1}}$$

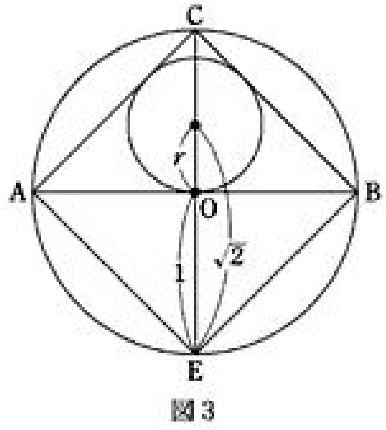


図３

〈解説〉

前半の軌跡は問題なく易しい。後半は，$l^2=2-r^2$ から r が最大になるときを考える。ここで，D の軌跡を利用するのが１つのポイントになっている。ただし空欄を埋めるだけなら，適当に勘を働かせて図をかけば正解が出せるともいえる。

数学Ⅰ・数学A

問題番号（配点）	解答記号	正解	配点
第5問（20）	アイ	32	4
	ウ	3	3
	エ	3	3
	オカ	16	5
	キ	3	5