## 第1問 (必答問題) (配点　30)

〔1〕

(1) 一般に $A$, $B$ を定数とするとき, $x \geqq 0$ を満たすすべての $x$ に対して, $x$ の1次不等式 $Ax + B > 0$ が成り立つ条件は

$A \geqq \boxed{\text{ア}}$　かつ　$B > \boxed{\text{イ}}$

である。

(2) $x \geqq 0$ を満たすすべての $x$ に対して, 不等式

$$(x+1)\sin^2\alpha + (2x-1)\sin\alpha\cos\alpha - x\cos^2\alpha > 0 \cdots\cdots①$$

が成り立つような $\alpha$ の値の範囲を求めよう。ただし, $0° \leqq \alpha \leqq 180°$ とする。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

$x \geqq 0$ を満たすすべての $x$ に対して，①が成り立つ条件は

$$\sin \boxed{\text{ウ}}\,\alpha \geqq \cos \boxed{\text{エ}}\,\alpha$$

かつ

$$\sin^{\boxed{\text{オ}}} \alpha > \sin\alpha\cos\alpha$$

が成り立つことである。これより，求める $\alpha$ の値の範囲は

$$\boxed{\text{カキ}}^{\circ} < \alpha \leqq \frac{\boxed{\text{クケコ}}^{\circ}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

〔2〕 正の数 $x$ に対して

$$a = \log_3 x - \frac{7}{2},\quad b = \log_3 x - \frac{5}{2},\quad c = \log_9 x - \frac{5}{2},$$

$$d = \log_9 x - \frac{3}{2}$$

とおく。

(1) $d = 0$ となるような $x$ の値は $x = \boxed{\text{シス}}$ である。

(2) $abcd > 0$ となるような $x$ の値の範囲を求めよう。$a, b, c, d$ のすべてが負の場合には

$$0 < x < \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる。$a, b, c, d$ のうち二つが正で残り二つが負の場合には

$$\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

となる。さらに，$a, b, c, d$ のすべてが正の場合には

$$\boxed{\text{ナニヌ}} < x$$

となる。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) $\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ の範囲において，$a, b, c, d$ の間には大小関係

$$\boxed{\text{ネ}} < \boxed{\text{ノ}} < \boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{ヒ}}$$

が成り立つ。

# 第2問 (必答問題) (配点 30)

関数 $f(x)$ は

$$x \leqq 3 \text{ のとき } \quad f(x) = x$$

$$x > 3 \text{ のとき } \quad f(x) = -3x + 12$$

で与えられている。このとき，$x \geqq 0$ に対して，関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

と定める。

(1) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，$x \geqq 3$ のとき

$$g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \boxed{\text{エオ}}\,x - \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(2) 曲線 $y = g(x)$ を $C$ とする。$C$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ g(a))$ (ただし，$0 < a < 3$) における $C$ の接線 $\ell$ の傾きは $\boxed{\text{ク}}$ であるから，$\ell$ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ク}}\,x - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}a^2$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(3) $\ell$ と $x$ 軸の交点を Q とすると Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a,\ 0\right)$$

であり，$\ell$ と $C$ の P 以外の交点を R とすると R の座標は

$$\left(\boxed{\text{ス}}-a,\ \boxed{\text{セ}}a-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a^2\right)$$

である。

(4) R から $x$ 軸に垂線を引き，$x$ 軸と交わる点を H とするとき，三角形 QRH の面積 $S$ は

$$S=\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^3-\boxed{\text{テ}}a^2+\boxed{\text{トナ}}a$$

である。$S$ は $a=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値をとる。

# 第3問 (選択問題) (配点 20)

一辺の長さが1の，図のような立方体ABCD–A′B′C′D′ において，AB，CC′，D′A′ を $a : (1-a)$ に内分する点をそれぞれP，Q，Rとし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{x}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{y}$，$\overrightarrow{\mathrm{AA'}} = \vec{z}$ とおく。ただし，$0 < a < 1$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ を $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \left(\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\right)\vec{x} + \vec{y} + \boxed{\text{ウ}}\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PR}} = \boxed{\text{エオ}}\,\vec{x} + (1-a)\,\vec{y} + \vec{z}$$

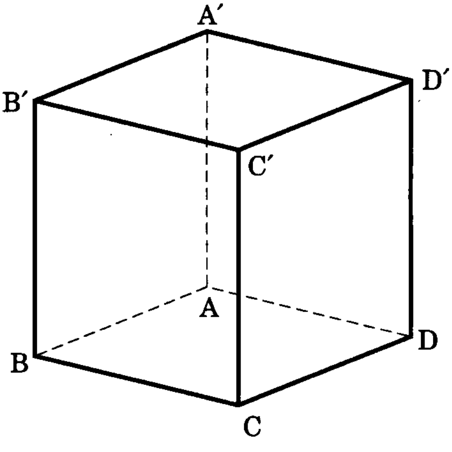
となる。したがって

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}| : |\overrightarrow{\mathrm{PR}}| = 1 : \boxed{\text{カ}}$$

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2 = \boxed{\text{キ}}\left(a^2 - a + \boxed{\text{ク}}\right)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PR}} = a^2 - a + \boxed{\text{ケ}}$$

であるから，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ のなす角は $\boxed{\text{コサ}}$ °である。




(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) 三角形 PQR の重心を G とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{DG}} = \frac{\boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}(\vec{x} - \vec{y} + \vec{z})$$

である。$\left(\boxed{\text{シ}}\right.$ と $\boxed{\text{ス}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

いま，辺 C′D′ 上に SQ = SR となるように点 S をとる。このとき，

$\overrightarrow{\mathrm{C'S}} = \boxed{\text{ソ}}\,\overrightarrow{\mathrm{C'D'}}$ となり

$$\overrightarrow{\mathrm{SD}} = \left(\boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}\right)\vec{x} - \vec{z}$$

である。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{SG}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{DG}}$ が垂直であるとき，$a$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ であり，$\angle\mathrm{QSR} = \boxed{\text{トナニ}}^\circ$ となる。

## 第4問 (選択問題) (配点 20)

複素数平面上で

$$z_0=(\sqrt{3}+i)(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$z_1=\frac{4\{(1-\sin\theta)+i\cos\theta\}}{(1-\sin\theta)-i\cos\theta}$$

$$z_2=-\frac{2}{z_1}$$

の表す点をそれぞれ $P_0$, $P_1$, $P_2$ とする。ただし, $0°<\theta<90°$ とする。また, $\arg z$ は複素数 $z$ の偏角を表すものとし, 偏角は $-180°$ 以上 $180°$ 未満とする。

(1) $|z_0|=\boxed{\text{ア}}$, $\arg z_0=\boxed{\text{イウ}}°+\theta$ である。

(2) $z_1$ の分母と分子に $(1-\sin\theta)+i\cos\theta$ をかけて計算すると

$$z_1=\boxed{\text{エ}}(-\sin\theta+i\cos\theta)$$

となる。よって, $|z_1|=\boxed{\text{オ}}$, $\arg z_1=\boxed{\text{カキ}}°+\theta$ である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(3) $\left|\dfrac{z_1}{z_0}\right| = \boxed{\text{ク}}$, $\arg\dfrac{z_1}{z_0} = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$

であるから，$P_0P_1 = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) 原点O，$P_0$，$P_1$，$P_2$ の4点が同一円周上にある場合を考える。このとき $\angle OP_2P_1$ を考えると

$$\arg\frac{z_1 - z_2}{-z_2} = -\boxed{\text{スセ}}^\circ$$

であるから，

$$\boxed{\text{ソ}}\cos 2\theta - \boxed{\text{タ}} = 0$$

が成り立つ。よって

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

## 第5問 （選択問題）（配点　20）

1から8までの整数のいずれか一つが書かれたカードが，各数に対して1枚ずつ合計8枚ある。Dさんがカードを引いて，賞金を得るゲームをする。その規則は次のとおりである。

100円のゲーム代を払って，カードを1枚引き，書いてある数が$X$のとき，$pX+q$円を受け取る。ここで，$p$，$q$は正の整数とする。

(1)　確率変数$X$の平均(期待値)は$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$であり，分散は$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$である。

(2)　Dさんがカードを1枚引いて受け取る金額からゲーム代を差し引いた金額を$Y$円とする。確率変数$Y$の平均を$N$とするとき，$N$を$p$と$q$を用いて表すと

$$N=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}p+q-\boxed{\text{クケコ}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(3) $N=0$ を満たす $p$, $q$ の値の組の総数は $\boxed{サシ}$ である。その中で，$p$ の最小値は $\boxed{ス}$，最大値は $\boxed{セソ}$ である。

(4) $Y$ の分散は $\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}p^2$ である。したがって，$N=0$ のとき $Y$ の分散の最小値 $C$ は，$p=\boxed{テ}$ のとき起こり，$C=\boxed{トナ}$ である。

## 第6問 （選択問題）（配点　20）

座標平面上に三つの点P(2, 0), Q(9, 7), R(8, $a$)がある。点S($x$, $y$)の座標と $a$ を入力し, P, Q, Rのうちで, Sに最も近い点とその点までの距離の2乗を出力するプログラムを以下のように作った。ただし, $x$, $y$, $a$ は整数を入力するものとする。

プログラム1

```
100 INPUT "x,y=";X,Y
110 INPUT "a="; A
120 P=(X-2)*(X-2)+Y*Y
130 Q=(X-9)*(X-9)+(Y-7)*(Y-7)
140 R=(X-8)*(X-8)+(Y-A)*(Y-A)
150 D=P
160 E=Q
170 F=R
180 IF D<E THEN [ア]
190 IF E<F THEN [イ]
200 PRINT "距離の2乗は";[ウ]
210 PRINT "その点は"
220 IF [ウ]=P THEN PRINT "点P"
230 IF [ウ]=Q THEN PRINT "点Q"
240 IF [ウ]=R THEN PRINT "点R"
250 END
```

(1) $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ は, それぞれ「DとEの値を入れかえる」と「EとFの値を入れかえる」ということを意味する。それぞれに当てはまるものを, 次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪ G=D:D=E:E=G　　① D=E:G=D:E=G　　② G=D:E=G:D=E

③ G=E:E=F:F=G　　④ E=F:G=E:F=G　　⑤ G=E:F=G:E=F

(2) $\boxed{\text{ウ}}$ に入る文字を, 次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪ P　① Q　② R　③ D　④ E　⑤ F　⑥ G

（数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。）

(3) プログラム1を実行して x, y=? に対し 5, 4 を入力した。そのあと $a$ を入力して，3点P，Q，Rすべてが出力されるためには $a$ として $\boxed{\text{エ}}$ または $\boxed{\text{オ}}$ を入力しなければならない。

(4) プログラム1と同じ出力を得るために 150〜190 行を次の4行で置きかえた。

```
150 M=P
160 IF Q<M THEN [ カ ]
170 IF R<M THEN [ キ ]
180 [ ウ ] =M
```

プログラム中の $\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つずつ選べ。

⓪ Q=M　　① M=Q　　② M=R　　③ R=M

(5) プログラム1を変更して，距離の2乗の最大値とその点を出力するプログラムにするには，$\boxed{\text{ク}}$ だけでよい。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 180 行目と 190 行目を入れかえる

① $\boxed{\text{ウ}}$ の文字のみを変更する

② 180，190 行の IF 文の中の不等式をそれぞれ D>E，E>F に変更する

③ 180，190 行の IF 文の中の不等式をそれぞれ D>E，E>F に変更し，さらに，180 行目と 190 行目を入れかえる

(6) プログラム1を変更して，最小値と最大値の両方を出力するようにするために，まず 180 行と 190 行の前後にそれぞれ1行追加し，

```
175 FOR K=1 TO [ ケ ]
180 IF D<E THEN [ ア ]
190 IF E<F THEN [ イ ]
195 NEXT K
```

とする。これで，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ に，最大値は $\boxed{\text{サ}}$ に代入されることになる。あとは点を出力する 200 行以降の部分を修正するだけでよい。

$\boxed{\text{ケ}}$ には，180 行と 190 行を繰り返す回数のうちで，題意に適する最小のものを答えよ。また，$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，(2)の選択肢⓪〜⑥のうちから一つずつ選べ。