数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　　答
第2問	必　　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第１問 （必答問題）（配点　30）

〔１〕 不等式

$$\sin 2x > \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

を満たす x の範囲を求めよう。ただし， $0 \leqq x < 2\pi$ とする。

$a = \sin x$，$b = \cos x$ とおくと，与えられた不等式は

$$\boxed{\text{ア}}\,ab + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}\,b - 1 > 0$$

となる。左辺の因数分解を利用して x の範囲を求めると

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi < x < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第１問は 18 ページに続く。）

〔2〕　不等式

$$2+\log_{\sqrt{y}}3<\log_y 81+2\log_y\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

の表す領域を求めよう。

y と $\sqrt{y}$ は対数の底であるから $y>\boxed{\text{サ}}$，$y\neq\boxed{\text{シ}}$ である。真数は正であるから $x<\boxed{\text{ス}}$ である。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

また

$$\log_{\sqrt{y}}3=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\log_3 y},\quad \log_y 81=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\log_3 y}$$

であるから，与えられた不等式は

$$1<\frac{\boxed{\text{タ}}}{\log_3 y}+\frac{\log_3\left(1-\frac{x}{2}\right)}{\log_3 y}$$

となる。よって

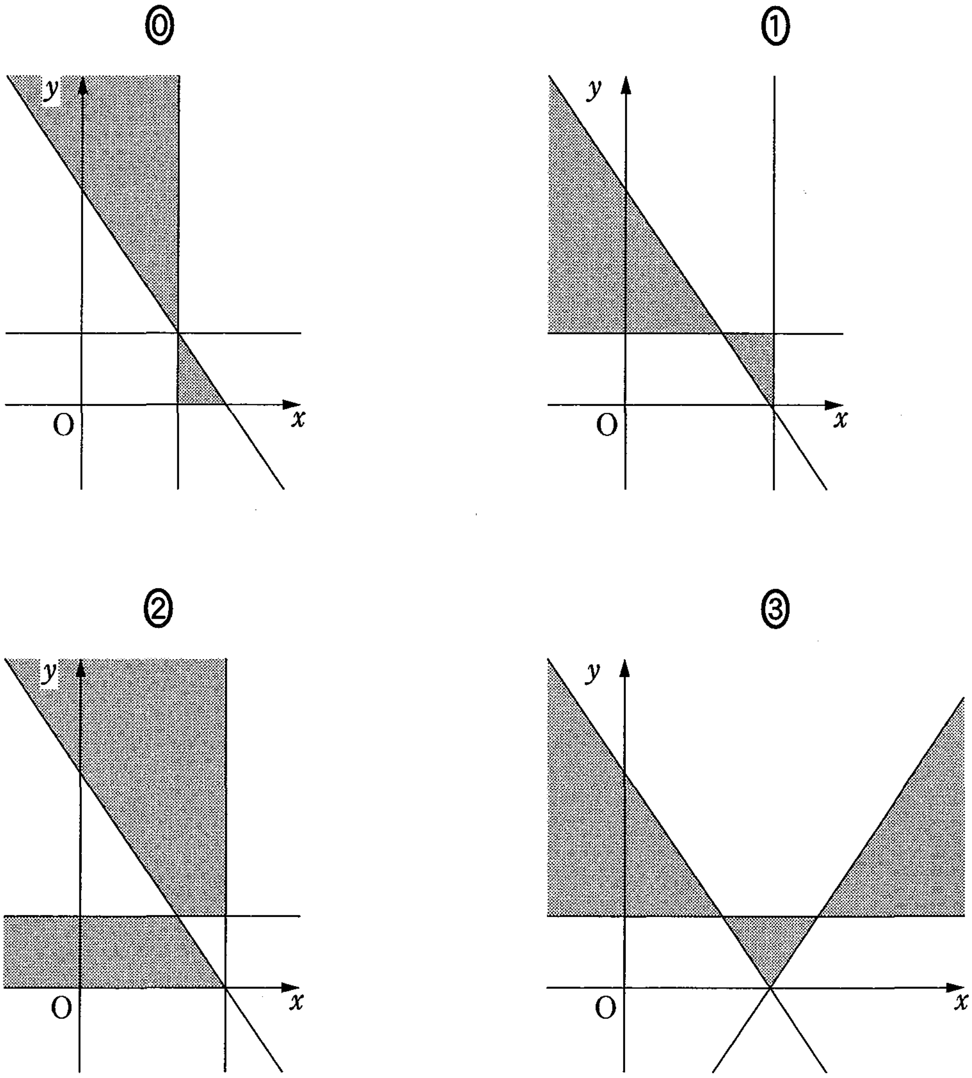
$$y>\boxed{\text{チ}}\quad \text{のとき，}\ \log_3 y<\log_3\left\{\boxed{\text{ツ}}\left(1-\frac{x}{2}\right)\right\}$$

$$\boxed{\text{テ}}<y<\boxed{\text{チ}}\quad \text{のとき，}\ \log_3 y>\log_3\left\{\boxed{\text{ツ}}\left(1-\frac{x}{2}\right)\right\}$$

となる。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

求める領域を図示すると，次の図 $\boxed{\text{ト}}$ の影をつけた部分となる。ただし，境界(境界線)は含まない。$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。



第２問 （必答問題）（配点　30）

$a > 0$ として，x の関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - x$$

$$g(x) = f(x - a) + 2a$$

とする。

(1)　二つの関数の差 $g(x) - f(x)$ は

$$g(x) - f(x) = a\left(\boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウ}}\,ax - a^2 + \boxed{\text{エ}}\right)$$

と表され，x の方程式 $g(x) - f(x) = 0$ が異なる二つの実数解をもつような a の範囲は

$$0 < a < \boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また，$g(x) - f(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最大値

$$\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\boxed{\text{コサ}} - a^{\boxed{\text{シ}}}\right)$$

をとる。

（数学Ⅱ・数学B第２問は次ページに続く。）

(2) (1)で得られた最大値を

$$h(a)=\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\boxed{\text{コサ}}-a^{\boxed{\text{シ}}}\right)$$

と表す。$h(a)$をaの関数と考えるとき，$h(a)$は$a=\boxed{\text{ス}}$で最大値$\boxed{\text{セ}}$をとる。

(3) $a=\sqrt{3}$ のとき，曲線$y=f(x)$と曲線$y=g(x)$の二つの交点P，Qの座標は

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ソ}},\ 0\right),\quad \mathrm{Q}\left(\sqrt{\boxed{\text{タ}}},\ \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}\right)$$

であり，二つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$で囲まれた部分の面積Sは

$$S=\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

さらに，交点$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ソ}},\ 0\right)$における曲線$y=f(x)$の接線と曲線$y=g(x)$の接線がなす角を$\theta$ $\left(0\leqq\theta<\frac{\pi}{2}\right)$とすると

$$\tan\theta=\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

第3問 （選択問題）（配点　20）

三つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ がある。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は，初項が -27 で，漸化式

$$a_{n+1} = 3a_n + 60 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。このとき

$$a_n = \boxed{\text{ア}}^n - \boxed{\text{イウ}}$$

である。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\left(\boxed{\text{カ}}^n - \boxed{\text{キ}}\right) - \boxed{\text{イウ}}\,n$$

である。また，$S_n > 0$ となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) 第 n 項が $2b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{2b_n + c_n\}$ は，初項が 0 で公差が d の等差数列になり，第 n 項が $b_n - 2c_n$ で与えられる数列 $\{b_n - 2c_n\}$ は，初項が x で公比が r の等比数列になるとする。このとき $b_n + c_n$ は

$$b_n + c_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}d(n-1) - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}xr^{n-1}$$

と表される。

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ は(1), (2)を満たすとする。さらに，第 n 項が $b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{b_n + c_n\}$ の階差数列は，数列 $\{a_n\}$ であるとする。このとき

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} d + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x(1 - r)r^{n-1}$$

であるから，(1)より

$$r = \boxed{\text{ス}}, \quad x = \frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}, \quad d = \boxed{\text{ツテト}}$$

である。したがって，数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の第 n 項は，それぞれ

$$b_n = -\frac{\boxed{\text{ナ}}^{\,n}}{\boxed{\text{ニ}}} - \boxed{\text{ヌネ}}(n - 1)$$

$$c_n = \boxed{\text{ノ}}^{\,n} - \boxed{\text{ハヒ}}(n - 1)$$

である。

第4問 (選択問題) (配点 20)

点Oを原点とする座標空間に4点A$(1, 0, 0)$, B$(0, 1, 1)$, C$(1, 0, 1)$, D$(-2, -1, -2)$がある。$0 < a < 1$とし，線分ABを$a:(1-a)$に内分する点をE，線分CDを$a:(1-a)$に内分する点をFとする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$は$a$を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \left(\boxed{\text{アイ}}\,a,\ \boxed{\text{ウエ}}\,a,\ \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\,a\right)$$

と表される。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{EF}}$が$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$に垂直であるのは$a = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$のときである。

(2) $a = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$とする。$0 < b < 1$として，線分EFを$b:(1-b)$に内分する点をGとすると，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$は$b$を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \left(\frac{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}\,b}{\boxed{\text{サ}}},\ \frac{\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}\,b}{\boxed{\text{サ}}},\ \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$$

と表される。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(3) (2)において，直線OGと直線BCが交わるときのbの値と，その交点Hの座標を求めよう。

点Hは直線BC上にあるから，実数sを用いて$\overrightarrow{\mathrm{BH}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{BC}}$と表される。また，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$は実数$t$を用いて$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{OG}}$と表される。よって

$$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}},\quad s = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}},\quad t = \boxed{\text{テ}}$$

である。したがって，点Hの座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \boxed{\text{ネ}}\right)$$

である。また，点Hは線分BCを$\boxed{\text{ノ}}$：1に外分する。

第5問 （選択問題）（配点　20）

次の表は，P高校のあるクラス20人について，数学と国語のテストの得点をまとめたものである。数学の得点を変量x，国語の得点を変量yで表し，x，yの平均値をそれぞれ$\bar{x}$，$\bar{y}$で表す。ただし，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

生徒番号	x	y	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	62	63	3.0	9.0	2.0	4.0	6.0
2	56	63	−3.0	9.0	2.0	4.0	−6.0
3	58	58	−1.0	1.0	−3.0	9.0	3.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	54	62	−5.0	25.0	1.0	1.0	−5.0
19	58	60	−1.0	1.0	−1.0	1.0	1.0
20	57	63	−2.0	4.0	2.0	4.0	−4.0
合　計	A	1220	0.0	1544.0	0.0	516.0	−748.0
平　均	B	61.0	0.0	77.2	0.0	25.8	−37.4
中央値	57.5	62.0	−1.5	30.5	1.0	9.0	−14.0

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　生徒番号1の生徒の$x-\bar{x}$の値が3.0であることに着目すると，表中のBの値は［アイ］.［ウ］であり，Aの値は［エオカキ］である。

(2)　変量xの分散は［クケ］.［コ］である。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(3) $z=x+y$ とおくと，この場合の変量 z の平均値 $\bar{z}$ は $\boxed{\text{サシス}}.\boxed{\text{セ}}$ である。また，変量 z の分散は

$$(z-\bar{z})^2=(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2+2\,(x-\bar{x})\,(y-\bar{y})$$

の平均であるから

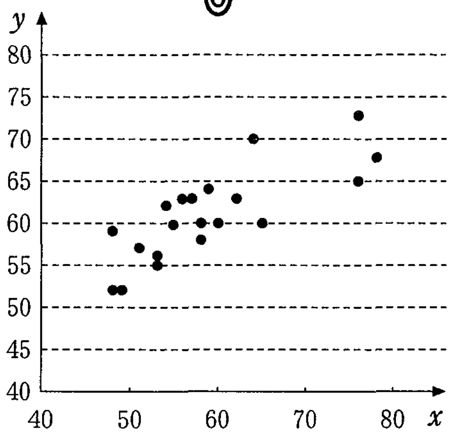
$$(z\text{ の分散})\ \boxed{\text{ソ}}\ \{(x\text{ の分散})+(y\text{ の分散})\}$$

が成り立つ。ただし，$\boxed{\text{ソ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪〜②のうちから一つ選べ。

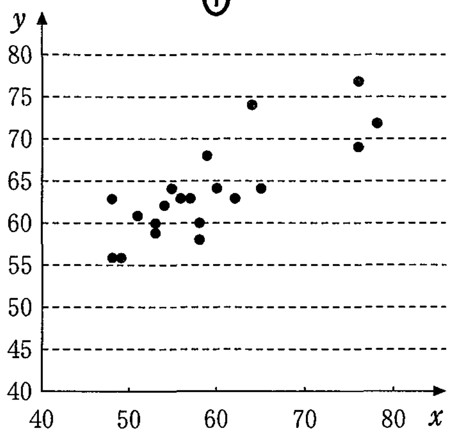
⓪ $>$　　　① $=$　　　② $<$

(4) 変量 x と変量 y の相関図(散布図)として適切なものは，相関関係，平均値，中央値に注意すると，$\boxed{\text{タ}}$ である。ただし，相関図(散布図)中の点は，度数1を表す。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

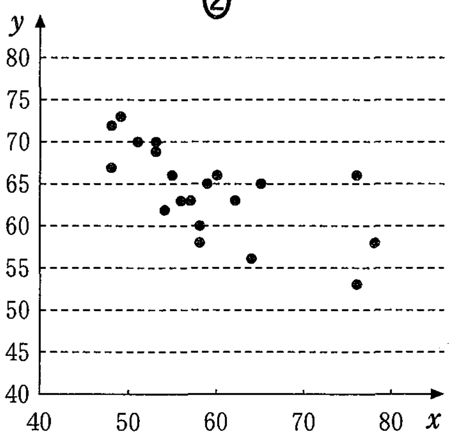
⓪



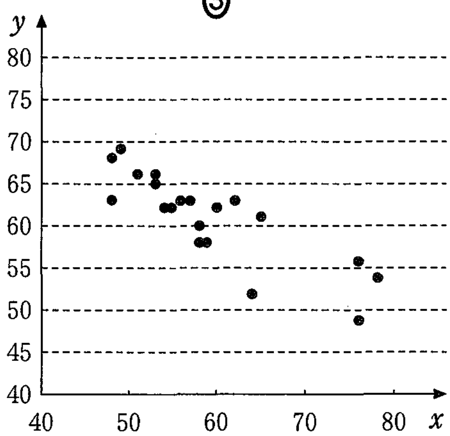
①



②



③



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

さらに，P高校の 20 人の数学の得点とQ高校のあるクラス 25 人の数学の得点を比較するために，それぞれの度数分布表を作ったところ，次のようになった。

階　級	P高校	Q高校
以上　以下 35 ～ 39	0	5
40 ～ 44	0	5
45 ～ 49	3	0
50 ～ 54	4	0
55 ～ 59	6	0
60 ～ 64	3	10
65 ～ 69	1	2
70 ～ 74	0	2
75 ～ 79	3	1
計	20	25

(5) 二つの高校の得点の中央値については，$\boxed{\text{チ}}$。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ P高校の方が大きい

① Q高校の方が大きい

② P高校とQ高校で等しい

③ 与えられた情報からはその大小を判定できない

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(6) 度数分布表からわかるQ高校の得点の平均値のとり得る範囲は $\boxed{\text{ツテ}}$. $\boxed{\text{ト}}$ 以上 $\boxed{\text{ナニ}}$. $\boxed{\text{ヌ}}$ 以下である。また，(1)よりP高校の得点の平均値は $\boxed{\text{アイ}}$. $\boxed{\text{ウ}}$ であるから，二つの高校の得点の平均値については，$\boxed{\text{ネ}}$ 。ただし，$\boxed{\text{ネ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ P高校の方が大きい
① Q高校の方が大きい
② P高校とQ高校で等しい
③ 与えられた情報からはその大小を判定できない

(7) 次の記述のうち，**誤っているもの**は $\boxed{\text{ノ}}$ である。$\boxed{\text{ノ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 40 点未満の生徒の割合は，Q高校の方が大きい。
① 54 点以下の生徒の割合は，Q高校の方が大きい。
② 65 点以上の生徒の割合は，Q高校の方が大きい。
③ 70 点以上の生徒の割合は，P高校の方が大きい。

第6問 (選択問題) (配点 20)

二分法を用いて5の3乗根の近似値を計算するために，次の〔プログラム1〕を作った。

〔プログラム1〕

```
100 LET A=0
110 LET B=2
120 INPUT N
130 FOR I=1 TO N
140     LET C=(A+B)/2
150     LET D=C*C*C-5
160     IF D<0 THEN LET A=C
170     IF D>=0 THEN LET B=C
180 NEXT I
190 PRINT A
200 PRINT B
210 END
```

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1) 変数Nに3を入力したとき，出力される変数Aの値は $\boxed{\text{ア}}.\boxed{\text{イウ}}$ であり，変数Bの値は $\boxed{\text{エ}}.\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) 変数Nに5を入力したとき，出力される変数Aと変数Bの値の差B-Aは $\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケコサ}}$ である。

(3) 出力される変数Aと変数Bの値の差B-Aが0.001以下になるようにしたい。変数Nに入力すべき整数のうち，最小のものは $\boxed{\text{シス}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

(4)　2次方程式 $x^2-2x-4=0$ の大きい方の解の近似値を求めるために，〔プログラム1〕の150行を

```
150    LET D=C*C-2*C-4
```

のように変更し，さらに100行と110行を $\boxed{\text{セ}}$ のように変更した〔プログラム2〕を作った。 $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪
```
100 LET A=0
110 LET B=1
```

①
```
100 LET A=1
110 LET B=2
```

②
```
100 LET A=2
110 LET B=3
```

③
```
100 LET A=3
110 LET B=4
```

（数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。）

(5) (4)の〔プログラム2〕を変更して，2次方程式$x^2-2x-4=0$の小さい方の解の近似値を求める。まず，〔プログラム2〕の100行と110行を

```
100 LET A=-2
110 LET B=-1
```

のように変更し，さらに150行から170行に変更を加えることを考える。次の変更のうち，Nに入力する値を大きくしてもA，Bの値が解に**近づかないもの**は $\boxed{\text{ソ}}$ である。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪
```
150 LET D=C*C-2*C-4
160 IF D<0 THEN LET B=C
170 IF D>=0 THEN LET A=C
```

①
```
150 LET D=C*C-2*C-4
160 IF D>0 THEN LET A=C
170 IF D<=0 THEN LET B=C
```

②
```
150 LET D=(C*C-2*C-4)*(B*B-2*B-4)
160 IF D<0 THEN LET A=C
170 IF D>=0 THEN LET B=C
```

③
```
150 LET D=(C*C-2*C-4)*(A*A-2*A-4)
160 IF D<0 THEN LET A=C
170 IF D>=0 THEN LET B=C
```