

✓

שאלון בחינה בקורס: פונקציות מרוכבות 1 (88-231-01)
שם המרצה: פרופ' מרק אגרנובסקי
סמסטר ב', מועד ב': ה' בתשרי תשס"ח (17.9.07)
משך הבחינה: 150 דקות.

חלק א - (הקף בעיגול את התשובה הנכונה - כל שאלה שווה 10 נקודות).

1. תהי $f(z) = e^{-z} z (z-1)^2 (z-3)^4$ ו- $\Gamma = f(C)$ עבור $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ עם הכיוון

נגד השעון. אז המספר הכריכות $w(\gamma, 0)$ של העקומה Γ לגבי 0 הוא:

- א. 0 ב. 2 ג. 3 ד. 6 ה. 7

2. תהי $f(z)$ פונקציה שלימה כך ש $|f'''(z)| \leq 2$ לכל $z \in \mathbb{C}$. כמה פתרונות יש למשוואה

$$f(z) = 0?$$

- א. 0 ב. 1 ג. 2 ד. 3 ה. 4

חלק ב - ענה על 5 מתוך 6 השאלות. יש בחירה רק בין שאלות 6 ל-7. - כל שאלה 17 נקודות.

3. תהי $f(z) = z^2 \left(\cos \frac{1}{3z} - 1 \right)$.

א. מצא את כל הנקודות הסינגולריות ומהו הסוג שלהן.

ב. בנה את הטור לורן בנקודות 0 ו- ∞ .

ג. חשב $res(f, \infty)$ ו- $res(f, 0)$.

4. חשב $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$, $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \sin^2 \theta}$, נמק.

5. חשב $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=4} f'(z) (f(z))^{-1} dz$ עבור

$$f(z) = e^{2z} (z-1)^3 (z-2)^4 (z-3)^{-5} (z-5)^{-3}$$

6. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $\cos = 4$.

7. מצא את כל הערכים של i^{i^i} .

8. הוכח שאם יש לפונקציה $f(z)$ בנקודה z_0 קוטב מסדר m אז יש לפונקציה $f(z)$

בנקודה z_0 קוטב מסדר $m+1$.

בהצלחה!

שאלון בחינה בקורס: פונקציות מרוכבות 1 (01-231-88)
שם המרצה: פרופ' מרק אגרנובסקי
סמסטר ב', מועד ב': ה' בתשרי תשס"ח (17.9.07)
משך הבחינה: 150 דקות.

חלק א - (הקף בעיגול את התשובה הנכונה - כל שאלה שווה 10 נקודות).

1. תהי $f(z) = e^z z(z-1)^2(z-3)^x$ ו- $F = f(C)$ עבור $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ עם הכיוון

נגד השעון. אז המספר הכריכות $\omega(\gamma, 0)$ של העקומה γ לגבי 0 הוא:

- א. 0 ב. 2 ג. 3 ד. 6 ה. 7

2. תהי $f(z)$ פונקציה שלימה כך ש $|f''(z)|$ לכל $z \in \mathbb{C}$. כמה פתרונות יש למשוואה

$$f(z) = 0?$$

- א. 0 ב. 1 ג. 2 ד. 3 ה. 4

חלק ב - ענה על 5 מתוך 6 השאלות. יש בחירה רק בין שאלות 6 ל-7. - כל שאלה 17 נקודות.

3. תהי $f(z) = z^2 \left(\cos \frac{1}{3z} - 1 \right)$.

א. מצא את כל הנקודות הסינגולריות ומהו הסוג שלהן.

ב. בנה את הטור לורך בנקודות 0 ו- ∞ .

ג. חשב $res(f, \infty)$ ו- $res(f, 0)$.

4. מצא את כל הפונקציות השלימות כך ש- $f\left(\frac{1}{n}\right) = e^{\frac{n+2}{n^2}}$, נמק.

5. תהי $f(z) = \frac{\sin 2z}{z^3}$.

א. מהן הנקודות הסינגולריות של $f(z)$ ומהו הסוג שלהן?

ב. מצא שארית בכל הנקודות הסינגולריות כולל ∞ .

ג. בנה טור לורך בנקודות $z = 0$ ו- $z = \infty$.

6. כמה פתרונות יש למשוואה $z^5 + 3z + 1 = 0$ בעיגול $|z| < 2$?

7. תהי $f(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n$, $n > 0$.

ניח ש $|a_0| = \max_{|z|=\frac{1}{2}} |f(z)|$. מצא את a_1 . נמק.

8. חשב שני אינטגרלים $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x}{x^2 + 4} dx$, $0 < a < 1$, $\int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{1 - a \cos \sigma}$

בהצלחה!

שאלון בחינה בקורס: פונקציות מרוכבות 1 (88-231-01)
 שם המרצה: פרופ' מרק אגרנובסקי
 סמסטר ב', מועד ב': ה' בתשרי תשס"ח (17.9.07)
 משך הבחינה: 150 דקות.

חלק א - (הקף בעיגול את התשובה הנכונה - כל שאלה שווה 10 נקודות).

1. תהי $f(z) = e^z z(z-1)^2(z-3)^4$ ו- $\Gamma = f(C)$ עבור $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ עם הכיוון

נגד השעון. אז המספר הכריכות $w(\gamma, 0)$ של העקומה Γ לגבי 0 הוא:

א. 6 ב. 7 ג. 3 ד. 0 ה. 2

2. תהי $f(z)$ פונקציה שלימה כך ש $|f'''(z)| \leq 2$ לכל $z \in \mathbb{C}$. כמה פתרונות יש למשוואה

$$f(z) = 0?$$

א. 3 ב. 1 ג. 4 ד. 0 ה. 24

חלק ב - ענה על 5 מתוך 6 השאלות. יש בחירה רק בין שאלות 6 ל-7. - כל שאלה 17 נקודות.

3. תהי $f(z) = z^2 \left(\cos \frac{1}{3z} - 1 \right)$.

א. מצא את כל הנקודות הסינגולריות ומהו הסוג שלהן.

ב. בנה את הטור לורן בנקודות 0 ו- ∞ .

ג. חשב $res(f, \infty)$ ו- $res(f, 0)$.

4. חשב $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$, $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+\sin^2 \theta}$ נמק.

5. חשב $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=4} f'(z)(f(z))^{-1} dz$ עבור

$$f(z) = e^{2z} (z-1)^3 (z-2)^4 (z-3)^{-5} (z-5)^{-3}$$

6. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $\cos = 4$.

7. מצא את כל הערכים של $i^{(i)}$.

8. הוכח שאם יש לפונקציה $f(z)$ בנקודה z_0 קוטב מסדר m אז יש לפונקציה $f(z)$

בנקודה z_0 קוטב מסדר $m+1$.

בהצלחה!

שאלון בחינה בקורס: פונקציות מרוכבות 1 (88-231-01)
 שם המרצה: פרופ' מרק אגרנובסקי
 סמסטר ב', מועד ב': ה' בתשרי תשס"ח (17.9.07)
 משך הבחינה: 150 דקות.

חלק א - (הקף בעיגול את התשובה הנכונה - כל שאלה שווה 10 נקודות).

1. תהי $f(z) = e^z z(z-1)^2(z-3)^4$ ו- $\Gamma = f(C)$ עבור $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ עם הכיוון נגד השעון. אז המספר הכריכות $w(\gamma, 0)$ של העקומה Γ לגבי 0 הוא:
- א. 7 ב. 6 ג. 3 ד. 2 ה. 0

2. תהי $f(z)$ פונקציה שלימה כך ש $|f'''(z)| \leq 2$ לכל $z \in \mathbb{C}$. כמה פתרונות יש למשוואה $f'(z) = 0$?
- א. 3 ב. 4 ג. 1 ד. 0 ה. 2

חלק ב - ענה על 5 מתוך 6 השאלות. יש בחירה רק בין שאלות 6 ל-7. – כל שאלה 17 נקודות.

3. תהי $f(z) = z^2 \left(\cos \frac{1}{3z} - 1 \right)$.

א. מצא את כל הנקודות הסינגולריות ומהו הסוג שלהן.

ב. בנה את הטור לורן בנקודות 0 ו- ∞ .

ג. חשב $res(f, 0)$ ו- $res(f, \infty)$.

4. חשב $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$, $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+\sin^2 \theta}$, נמק.

5. חשב $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=4} f'(z)(f(z))^{-1} dz$ עבור

$f(z) = e^{2z}(z-1)^3(z-2)^4(z-3)^{-5}(z-5)^{-3}$.

6. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $\cos z = 4$.

7. מצא את כל הערכים של $i^{(i)}$.

8. הוכח שאם יש לפונקציה $f(z)$ בנקודה z_0 קוטב מסדר m אז יש לפונקציה $f'(z)$

בנקודה z_0 קוטב מסדר $m+1$.

בהצלחה!