

Ensino & Informação

Prof. Almir A. R. Araldi

Revista®

Programação Linear:

Conceitos e Aplicações

EDGAR AUGUSTO LANZER

4

2^a edição

PNPE /ipea

SUMÁRIO

PREFÁCIO	XI
Cap. I – ÁLGEBRA E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES	1
I.1 – Notação Algébrica e Elementos de Álgebra Linear	1
I.2 – Soluções de Sistemas Lineares: Interpretação Gráfica	15
I.3 – Resolução de Sistemas Lineares pela Redução de Gauss-Jordan	20
I.4 – Soluções Básicas de Sistemas Indeterminados	28
I.5 – Resolução Conjunta de Sistemas Lineares	32
Cap. II – FUNDAMENTOS TÉCNICOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	37
II.1 – Problemas de Programação Linear: Exemplos de Formulação	37
II.2 – Resolução Gráfica em Programação Linear	46
II.3 – O Algoritmo de Dantzig (Método Simplex)	59

II.3.1 – Escolha da Atividade a Sair da Solução Básica	61
II.3.2 – Escolha da Atividade a Entrar na Solução Básica	69
II.3.3 – Exemplo Numérico	73
II.4 – Apresentação Tabular do Simplex	77
II.5 – Obtenção de uma Solução Básica Inicial	86
Cap. III – APLICAÇÕES DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	93
III.1 – Situações para Formulação com Progra- mação Linear	94
III.2 – Formulações Especiais de Programação Linear	143
III.2.1 – Programação Separável	143
III.2.2 – Programação Linear Proba- bilística	154
III.2.2.1 – Programação Li- near em Dois Estágios	159
III.2.2.2 – Programação Li- near com Ris- cos Limitados	163
III.2.2.3 – Minimização do Desvio Absolu- to Médio	167
III.2.2.4 – Programação Li- near e Teoria dos Jogos	170
Cap. IV – ANÁLISE ECONÔMICA E PROGRAMAÇÃO LINEAR	173
IV.1 – Interpretações Econômicas Preliminares	173
IV.1.1 – Funções de Produção de Proporções Fixas	173

IV.1.2 – A Produtividade Marginal em Programação Linear ...	176
IV.1.3 – Isoquantas e Substitutibilidade entre Fatores	179
IV.1.4 – Curvas de Custo em Programação Linear	182
IV.1.5 – Oferta e Procura	188
IV.1.6 – Síntese	191
 IV.2 – Digressão Matemática: Dualidade	192
IV.3 – Interpretação Econômica de Problemas Duais	199
IV.3.1 – Dualidade e Distribuição do Produto Econômico	199
IV.3.2 – Dualidade e Viabilidade Econômica de Empreendimentos	205
IV.3.3 – Dualidade e Equilíbrio Espacial dos Preços	208
 IV.4 – Análise de Sensibilidade, Oferta e Procura	213
IV.4.1 – Mudanças Paramétricas em um Coeficiente P_j da Função-Objetivo	214
IV.4.1.1 – O Caso de X_j Não-Básico ...	214
IV.4.1.2 – O Caso de X_j Básico	217
IV.4.2 – Mudanças Paramétricas em uma Constante b_j nas Restrições	219
IV.4.2.1 – O Caso de b_j Não-Limitante	219
IV.4.2.2 – O Caso de b_j Limitante	224
 IV.5 – Planejamento Descentralizado	227

Apêndice I	237
A.I.1 — Convexidade, Concavidade, Ótimos Locais e Globais	237
A.I.2 — Condições de Kuhn-Tucker	240
Apêndice II — RESPOSTAS DE PROBLEMAS DO CA- PÍTULO III	247
BIBLIOGRAFIA	257

PREFÁCIO

A Programação Linear é hoje o instrumento de Pesquisa Operacional mais comumente empregado na resolução prática de problemas decisórios objetivos e de certa complexidade. Isto se explica, por um lado, pela versatilidade do instrumento e, por outro, pelo nível relativamente pouco sofisticado dos seus fundamentos matemáticos. Estes fundamentos — Análise e Resolução de Sistemas de Equações Lineares — são objeto de estudo no Capítulo I do texto. O Capítulo II estabelece o que é um problema de Programação Linear e como se resolve um tal problema. No Capítulo III é feita uma coletânea de aplicações de Programação Linear sob a forma de exercícios propostos ao leitor. Estes exercícios englobam situações pertinentes a operações agrícolas e industriais, transportes, investimentos, política e planejamento econômico, saúde pública e outras. O Capítulo III contém, ainda, aplicações de Programação Linear em situações não-lineares e em análise de riscos. Por fim, o Capítulo IV destina-se, principalmente, embora não exclusivamente, aos estudantes e profissionais de Economia. Dualidade, Análise de Sensibilidade e Planejamento Descentralizado são apresentados nesse capítulo.

Este livro reflete o conteúdo da disciplina ministrada pelo autor nos Cursos de Mestrado em Economia e em Economia Rural do Centro de Estudos e Pesquisas Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Dado que Programação Linear não é matéria obrigatória em muitos cursos de graduação em Economia no País, o texto é desenvolvido a partir do pressuposto que o leitor não tem conhecimento anterior do assunto.

O autor agradece o apoio recebido do Instituto de Planejamento Econômico e Social (IPEA), da Secretaria de Planejamento da Presidência da República, que, através do Programa Nacional de Pesquisa Econômica (PNPE), foi decisivo na materialização deste trabalho.

Agradece, ainda, sem resultar em comprometimento, ao colega Carlos Mielitz Netto, a um revisor anônimo indicado pelo IPEA e às turmas de pós-graduação do IEPE pelas críticas e sugestões e, a Solange Gonçalves, Marilda Barbosa e Márcia Barbosa pela dedicação e paciência no trabalho de datilografia.

Porto Alegre, maio de 1982

EDGAR AUGUSTO LANZER

BIBLIOGRAFIA

- ARROW, K. *Essays in the theory of risk bearing*. North-Holland, 1970.
- BAUMOL, W. L., e FABIAN, T. Decomposition, pricing for decentralization and external economies. *Management Science*, 11 (1) :1-32, set. 1964.
- CHARNES, A., e COOPER, W. Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance-constraints. *Operations Research*, 11:18-9, 1963.
- CHIANG, A. *Matemática para economistas*. McGraw-Hill, 1982.
- DANTZIG, G. B. *Linear programming and extensions*. Princeton University Press, 1963.
- DANTZIG, G. B., e FULKERSON, D. R. Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule. *Naval Research Logistic Quarterly*, 1:217-22, 1954.
- EISEMANN, K. The trim problem. *Management Science*, 3:279-84, 1957.
- FERGUSON, C. E. *Microeconomia*. Editora Forense-Universitária, 1974.
- HADLEY, G. *Linear programming*. Addison, Wesley, 1961.
- HOLANDA, A. D., e SANDERS JR., J. H. Avaliação da introdução de nova tecnologia para pequenos e médios agricultores sob condições de risco: o Seridó do Rio Grande do Norte. *Rede Economia Rural*, Tomo I, pp. 281-304, 1977.

- JACOBS, W. W. The caterer problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1 (2), 1954.
- KORNAI, J., e LIPTÁK, T. Two-level planning. *Econometrica*, 33 (1) :141-69, 1965.
- MANSFIELD, E. *Microeconomia: teoria e aplicação*. Editora Campus, 1978.
- RAIFFA, H. *Teoria da decisão*. Vozes/USP, 1977.
- ROBICHECK, A., TEICHROEW, D., e JONES, J. Optimal short term financing decisions. *Management Science*, set. 1965.
- SENGUPTA, J. Safety-first rules under chance-constrained linear programming. *Operations Research*, 17:112-32, 1969.
- SIELKEN JR., R. L., e HARTLEY, H. O. Two linear programming algorithms for unbiased estimation of linear models. *Journal of the American Statistical Association*, 68 (343), 1973.
- TAKAYAMA, T., e JUDGE, G. G. Spatial and temporal price allocation models. North-Holland Publishing Co., 1971.
- WAGNER, H. *Principles of operations research with applications to managerial decisions*. Prentice-Hall, 1969.
- YAMANE, T. *Matemática para economistas*, Editora Atlas, 1970.

*PNPE: PUBLICAÇÕES RECENTES **

3. *Análise matemática: um texto para economistas* — Antonio Salazar Pessôa Brandão
7. *Estrutura industrial no Brasil: concentração e diversificação* — Sérgio Buarque de Holanda Filho
9. *Das oligarquias agrárias ao predominio urbano-industrial: um estudo do processo de formação de políticas agrícolas no Brasil* — Charles C. Mueller
10. *Microeconomia: teoria, modelos econométricos e aplicações à economia brasileira* — Fernando de Holanda Barbosa
11. *Tecnologia, concorrência e mudança estrutural: a experiência brasileira recente* — José Tavares de Araujo Jr.
12. *Industrialização, crescimento e emprego: uma avaliação da experiência brasileira* — Ronaldo Lamounier Locatelli
13. *Dimensões do planejamento estadual no Brasil: análise de experiências* — Paulo Roberto Haddad
14. *A década de 20 na industrialização brasileira* — Flávio Rabelo Versiani
15. *Pequena produção e modernização da agricultura: o caso dos hortigranjeiros no Estado do Rio de Janeiro* — Leonarda Musumeci
16. *Filosofia e política econômica: o Brasil do autoritarismo* — Antonio Maria da Silveira
17. *Economia do setor público* — Jorge Vianna Monteiro
18. *Os principais problemas da agricultura brasileira: análise e sugestões* — Antonio Salazar P. Brandão, editor
19. *O pensamento econômico brasileiro: 1945/64 — o ciclo ideológico do desenvolvimento* — Ricardo Bielschowsky

* Os números não constantes desta relação encontram-se esgotados.

