



VaR של סיכוני אשראי

KMV במתודת

רועי פולניצר, FRM, CRM, MBA

שווי פנימי

מבוא

- בנקים משתמשים בגישת Merton ו-KMV על מנת לקבוע את שיעורי חדלות הפירעון.
- המידע של שיעור חדלות הפירעון הינו הכרחי על מנת לקבוע את ההון הנדרש לכיסוי ההפסדים.
- להלן דיון במקורות הטעות בקביעת שיעורי חדלות הפירעון באמצעות שימוש במתודות הללו.

מבוא

- מודל Merton משתמש בנתוני שוק כמו שווי המניה ומבנה ההון כדי לחזות את שיעורי חדלות הפירעון.
- מודל Merton נסמך על רשימה של הנחות לא מציאותיות:

1. קיים רק סוג אחד של מניות וסוג אחד של חוב, והחוב הוא בצורה של אג"ח ללא קופון הנפדית במועד נתון.
2. חדלות פירעון יכולה להתרחש אך ורק במועד הפקיעה.
3. שווי הפירמה נצפה (observable) ומקיים תהליך דיפוזיה לוג-נורמלי (תנועה בראונית גיאומטרית).

מבוא

3. קיים רק סוג אחד של מניות וסוג אחד של חוב, והחוב וא בצורה של אג"ח ללא קופון הנפדית במועד נתון.
4. שיעור הריבית חסרת הסיכון הינו רציף על פני זמן.
5. אין כל מו"מ בין בעלי האג"ח לבין בעלי המניות.
6. אין צורך בהתאמה לנזילות.

מבוא

- מודל KMV נבנה על מודל Merton מנסה לתקן כמה מהמגרעות, בייחוד את (1) שכל החוב נפדה באותו הזמן ו-(2) ששווי הפירמה עוקב תהליך דיפוזיה לוג-נורמלי.
- מודל KMV מניח כי ישנם שני סוגי חוב.
- הראשון, נפדה לפני האופק (תקופת הזמן) שנבחרה והאחר נפדה לאחר אותו אופק.
- ערך הפדיון, או סף חדלות הפירעון (Default Threshold), הינו צירוף ליניארי של שני ערכי החוב.

מבוא

- סף חדלות הפירעון (הנקרא גם נקודת חדלות הפירעון) הוא במהותו הערך המתואם של התחייבויות (חוב) הפירמה.
- לשון אחר, סף חדלות הפירעון הינו צירוף ליניארי של ההתחייבויות השוטפות וההתחייבויות לטווח ארוך.
- לפני שנחשב את ההסתברות לחדלות פירעון באמצעות מודל KMV אנו חייבים לגזור את המרחק לחדלות פירעון (DD- distance to default).
- ה- DD מניח את ההתפלגות של תשואות נכסי הפירמה ומחשב את מספר סטיות התקן בין התוחלת של התפלגות נכסי הפירמה לבין סף חדלות הפירעון.

מבוא

- להלן נוסחת ה-DD:

$$DD = \frac{E(V_T) - DPT}{V_0 \times \sigma_V}$$

- כאשר:

$$E(V_T) = V_0 e^{E(ROA) \times T}; \quad DPT = STD + 0.5 \times LTD$$

$$E(ROA) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln\left(\frac{V_i}{V_{i-1}}\right); \quad \sigma_V = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\ln\left(\frac{V_i}{V_{i-1}}\right) - E(ROA) \right]^2$$

מבוא

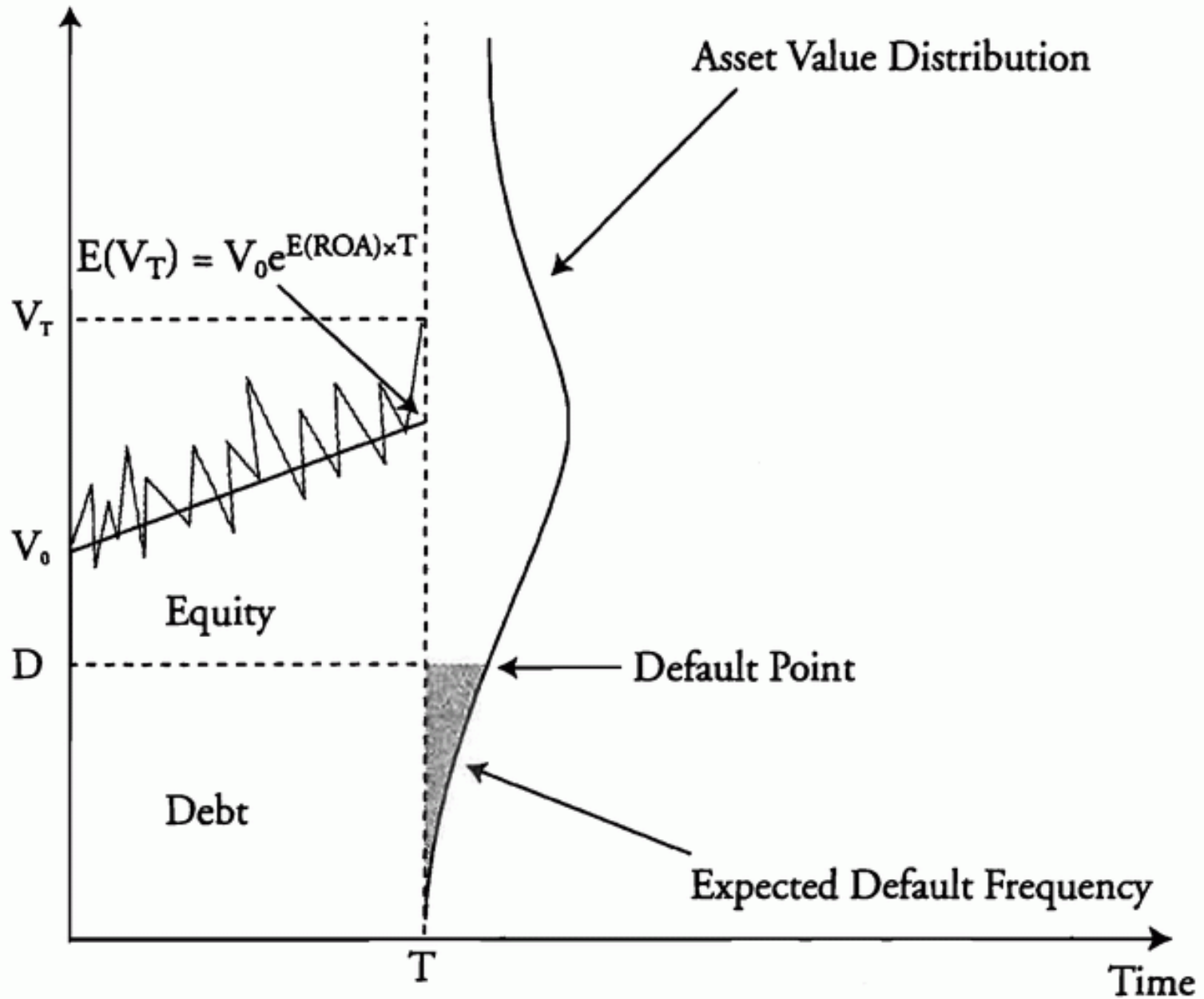
- צורה אחרת של נוסחת ה-DD היא:

$$DD = \frac{\text{assets value} - \text{liability value}}{\text{standard deviation of assets value}}$$

מבוא

- ברגע שהמרחק לחדלות הפירעון מחושבת, הרי שניתן למצוא את שכיחות חדלות הפירעון הצפויה (EDF- expected default frequency, ההסתברות לחדלות הפירעון).
- במצגת זו נראה כיצד ממפים את שכיחות חדלות הפירעון הצפויה באמצעות מערכת אשראי על מנת לזהות את הדירוג הספציפי של הפירמה.

Asset Value



מבוא

- היות ותשואות הנכסים מפולגות לוג-נורמלית, ה- DD מחושב באופן מדויק יותר באמצעות הנוסחה הבאה לאופק זמן T:

$$DD = \frac{\log(V) - \log(\text{default threshold}) + \left[E(\text{ROA}) - \frac{\sigma_V^2}{2} \right] \times T}{\sigma_V \times \sqrt{T}}$$

- כאשר: E(ROA) היא תוחלת התשואה של הנכסים, V הוא שווי נכסי הפירמה ו- σ_V היא סטיית התקן של הנכסים.

2 הערות אינפורמטיביות

1. ראשית:

$$\log(V) - \log(\text{default threshold}) = \log\left(\frac{V}{\text{default threshold}}\right)$$

2. שנית, יש לזכור כי שווי הפירמה (קרי, שווי הנכסים) מורכב מחוב והון עצמי. לפיכך, כמו במודל Merton, גם במודל KMV אחד הדרייברים המובילים הוא מחירי ההון העצמי (קרי, מחירי המניות).

דוגמא 1

- נניח פירמה עם שווי של 600 מיליון ש"ח ואיגרות חוב עם ערך נקוב של 500 מיליון ש"ח הנפדות בעוד שלוש שנים.
- שיעור הריבית חסרת הסיכון היא 6%.
- התנודתיות של הפירמה היא 25%.
- מהי ההסתברות שהפירמה תגיע לחדלות פירעון על החוב שלה אם תוחלת התשואה של הפירמה, $E(\text{ROA})$, היא 15%?

דוגמא 1

- בהנחה שתוחלת ההפסד בעת חדלות פירעון הינה 40%, מהו ה-Credit VaR לאופק של שנה ברמת ביטחון של 99.9% על תיק של 100 אלף ש"ח המורכב מאיגרות החוב של הפירמה?

פתרון 1

- נתחיל בחישוב ההסתברות לחדלות פירעון:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{600}{500}\right) + \left[0.15 - \frac{0.25^2}{2}\right] \times 3}{0.25 \times \sqrt{3}} = 1.244$$

$$EDF = 6.78\%$$

פתרון 1

• נמשיך בחישוב ה-Credit VaR:

$$\text{CreditVaR}(0.999,1) = 100,000 \times 6.78\% \times 40\% \times 3.09 = 8,382$$

ההבדל בין מודל Merton לבין מודל KMV

- מודל Merton גם משתמש בנוסחה לבחינת ההסתברות לחדלות פירעון.

$$DD = \frac{\log(V) - \log(\text{default threshold}) + \left[E(\text{ROA}) - \frac{\sigma_V^2}{2} \right] \times T}{\sigma_V \times \sqrt{T}}$$

- ההבדל בין מודל Merton לבין מודל KMV הוא לא הנוסחה אלא כיצד משתמשים בנוסחה.

ההבדל בין מודל Merton לבין מודל KMV

- מודל Merton מחשב את ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית עבור ערך שלילי של ביטוי ה-DD.
- למשל, אם ניקח את תוצאת הדוגמה הקודמת, $DD=1.244$, מודל Merton היה אומר שהסתברות לחדלות פירעון היא $N(-1.244) = 0.1069$ או 10.69% .
- נציין כי ערך זה התקבל על ידי שימוש בטבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית (קרי, טבלת Z מצטבר).

ההבדל בין מודל Merton לבין מודל KMV

- מאידך, מודל KMV משתמש באותו ערך של מרחק לחדלות פירעון (קרי, 1.244) ואומד את מספר חדלויות הפירעון במעד מאוחר יותר (למשל, שנה) הקשור לערך ה-DD שחושב.
- מספר חדלויות הפירעון מתוך מדגם נתון של חברות משמש לאחר מכן לחישוב שכיחות חדלות הפירעון הצפויה (EDF).
- פעם נוספת, EDF במודל KMV ידוע גם כהסתברות לחדלות פירעון.

ההבדל בין מודל Merton לבין מודל KMV

- ה- EDF יהיה קשור לדירוג אשראי מסוים.
- הדוגמא הבאה תעזור להמחיש את חישוב שכיחות חדלות הפירעון הצפויה (EDF).

דוגמא 2

- נניח שתוחלת תשואת הנכסים הצפויה בעוד שנה מתוך התפלגות תשואות הנכסים היא 800 מיליון ש"ח וכי סף חדלות הפירעון הינו 500 מיליון ש"ח.

- חשב את המרחק לחדלות הפירעון אם סטיית התקן השנתית של תשואות הנכסים במונחים אבסולוטיים הינה 100 מיליון ש"ח.

פתרון 2

$$DD = \frac{800 - 500}{100} = 3$$

- על מנת לחשב את EDF, נניח כי ל- 20,000 חברות היו בשנה שעברה DD של 3 ו- 200 מתוך חברות אלו הגיעו לחדלות פירעון לאחר שנה אחת.
- שכיחות חדלות הפירעון הצפויה (EDF) היא $.200/20,000 = 1.00\%$

פתרון 2

- ערך זה קשור ל- EDF של הפירמה היות ולפירמה זו יש גם DD של 3.
- לבסוף דירוג אשראי משתמע מיוחס לפירמה על בסיס ערך ה- EDF האמור.
- למשל, עבור EDF נמוך כמו 1%, דירוג האשראי הסינטי של הפירמה הוא BB-.



"ללא הערכות שווי, ניהול הסיכונים הוא בלתי אפשרי"

John C. Hull (ג'ון הל)

כותב "התנ"ך של הנגזרים" (The derivatives bible),
הספר Options, Futures, and Other Derivatives
2009



רועי פולניצר, FRM, CRM, MBA
בעלים
שווי פנימי

roip@intrinsicvalue.co.il

052.598.1668