

# Matemática

## M9 – Noções de Matemática Financeira

p. 29

**1** (Cesesp-PE) Suponha que uma classe constituída de rapazes e moças tenha 30 alunos, dos quais 6 são moças. Assinale a alternativa correta:

- a) a percentagem de rapazes na classe é de 20%.
- b) a percentagem de moças na classe é de 60%.
- c) a percentagem de rapazes na classe é de 80%.
- d) a percentagem de moças na classe é de 70%.
- e) a percentagem de rapazes na classe é de 60%.

*Resolução:*

$$\frac{24}{30} = 80\%$$

**2** (UFC) Logo após Joaquim comprar um par de tênis novo por 70 reais, a loja aumentou seus preços em 30%. Dois meses depois, como as vendas não estavam boas, a loja resolveu fazer uma liquidação, aplicando um desconto de 30% em todos os seus produtos. Pede-se determinar o valor do par de tênis, em reais:

- a) após o primeiro reajuste, antes da liquidação. **91 reais**
- b) durante a liquidação. **63,70 reais**

*Resolução:*

a) Após o primeiro reajuste, o par de tênis passou a custar:

$$70 + 0,30 \cdot 70 = 70 + 21 = 91 \text{ reais}$$

b) Na liquidação o preço passou a ser:

$$91 - 0,30 \cdot 91 = 91 - 27,3 = 63,70 \text{ reais}$$

Resposta: a) 91 reais                      b) 63,70 reais

- 3** (UFPE-UFRPE) Na figura abaixo, as quatro circunferências têm o mesmo centro, e seus raios são 2, 3, 4 e 5. A área do maior anel colorido é  $p\%$  maior do que a área do menor anel colorido. Indique  $p$ . **80%**



**Resolução:**

Sejam  $S_1$  e  $S_2$  as áreas dos anéis menor e maior, respectivamente.

Sendo  $S = \pi r^2$  a área do círculo, temos:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 4^2}{\pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2} \rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{9}{5} = 1,8$$

Logo:  $p = 80\%$

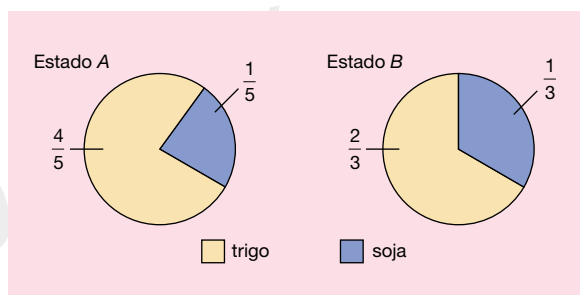
Resposta: 80%

- 4** (UFPEL-RS) Uma raquete custa na loja  $A$  R\$ 15,00 mais caro que na loja  $B$ . O proprietário da loja  $A$ , percebendo a diferença, lança uma promoção, oferecendo um desconto de 10% para que o preço da sua mercadoria se torne o mesmo da loja  $B$ . Quanto custa a raquete na loja  $B$ ? **R\$ 135,00**

**Resolução:**

$$\frac{90}{100}(x + 15) = x \Rightarrow x = \text{R\$ } 135,00$$

- 5** (UFRJ) Dois estados produzem trigo e soja. Os gráficos abaixo representam a produção relativa de grãos de cada um desses estados.



- a) A produção de trigo do estado  $A$  corresponde a que porcentagem da produção de grãos do estado? **80%**  
 b) É possível afirmar, a partir dos gráficos, que a produção total de trigo do estado  $A$  é maior do que a do estado  $B$ ? Justifique sua resposta. **não**

**Resolução:**

a)  $\frac{4}{5} = 0,8$  (80%)

- b) Não. Apesar de, percentualmente, o estado  $A$  produzir mais trigo que o estado  $B$ , sem conhecermos os valores efetivos da produção, não podemos afirmar que a produção de  $A$  é maior que a de  $B$ .

**6** (UFCE) Evandro comprou na Bolsa de Valores 25 000 ações da empresa A por R\$ 50 000,00. Se o preço dessas ações caiu 9%, determine o preço de cada ação após a queda. **R\$ 1,82**

*Resolução:*

$$\frac{50\,000}{25\,000} = \text{R\$ } 2,00 \text{ por ação} \quad 2 \cdot (1 - 0,09) = \text{R\$ } 1,82$$

**7** (ENEM) Uma pesquisa sobre orçamentos familiares, realizada recentemente pelo IBGE, mostra alguns itens de despesa na distribuição de gastos de dois grupos de famílias com rendas mensais bem diferentes.

Tipo de despesa	Renda até R\$ 400,00	Renda maior ou igual a R\$ 6 000,00
Habitação	37%	23%
Alimentação	33%	9%
Transporte	8%	17%
Saúde	4%	6%
Educação	0,3%	5%
Outros	17,7%	40%

Considere duas famílias com rendas de R\$ 400,00 e R\$ 6 000,00, respectivamente, cujas despesas variam de acordo com os valores das faixas apresentadas. Nesse caso, os valores, em R\$, gastos com alimentação pela família de maior renda, em relação aos da família de menor renda, são, aproximadamente:

- a) dez vezes maiores.                      c) equivalentes.                      e) nove vezes menores.  
**b)** quatro vezes maiores.                      d) três vezes menores.

*Resolução:*

Os gastos com alimentação pelas duas famílias são:

- a) na de menor renda, 33% de R\$ 400,00 = R\$ 132,00  
 b) na de maior renda, 9% de R\$ 6 000,00 = R\$ 540,00

Dessa forma, o valor, em reais, gasto com alimentação da família de maior renda é, aproximadamente, quatro vezes maior que o da família de menor renda.

**Resposta: b**

- 8** (UFMG) O valor de  $V$ , em reais, da conta mensal de energia elétrica é calculado a partir do consumo  $C$ , em kWh. Para consumos inferiores ou iguais a 200 kWh, o valor do kWh é de R\$ 0,30. No entanto, para consumos superiores, o valor do kWh é acrescido de 50% para a parcela que exceder a 200 kWh.
- Trace, no plano coordenado, o gráfico de  $V$  como função de  $C$ , para  $0 \leq C \leq 600$ .
  - Calcule o valor de  $V$  correspondente a um consumo de 500 kWh no mês.
  - Calcule o valor de  $C$  correspondente a uma conta mensal de R\$ 132,00

*Resolução:*

a) Seja  $C$  o consumo de kWh.

$$\text{Se } 0 \leq C \leq 200 \rightarrow V = 200 \cdot 0,30$$

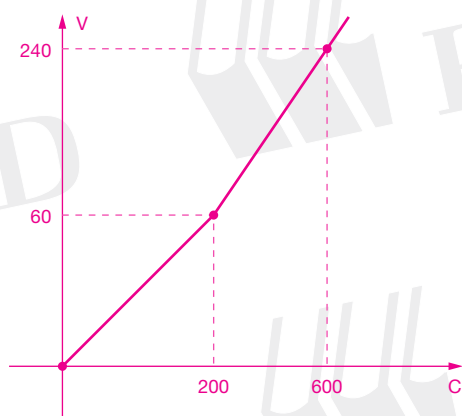
$$V = 60,00$$

$$\text{Se } C > 200 \rightarrow V = 60 + 0,45 \cdot (C - 200)$$

$$V = 60 + 0,45C - 90$$

$$V = -30 + 0,45C$$

Fazendo o gráfico, temos:



$$\text{b) Se } C = 500 \rightarrow V = -30 + 0,45 \cdot 500 \rightarrow V = 195,00$$

$$\text{c) Se } V = 132,00 \rightarrow 132 = -30 + 0,45C \rightarrow C = 360 \text{ kWh}$$

- 9** (UFJF-MG) A mão-de-obra responde por 60% do custo total de uma certa empresa. Se esse custo aumentar 20% e os demais, 10%, qual será o acréscimo percentual do custo total? **16%**

*Resolução:*

Seja  $x$  o custo total da empresa:

$$0,6x + 0,4x = x$$

$$(0,6x) \cdot 1,2 + (0,4x) \cdot 1,1 = 1,16x \rightarrow \text{acréscimo de } 16\%$$

- 10** (UFCE) Uma pessoa gasta 15% do seu salário com aluguel. Se o aluguel aumentar 26% e o salário 5%, que porcentagem do salário essa pessoa passará a gastar com aluguel? **18%**

*Resolução:*

$$\frac{A_0}{S_0} = 0,15, \text{ em que } A_0 = \text{aluguel inicial e } S_0 = \text{salário inicial}$$

$$\left. \begin{array}{l} A = 1,26 A_0 \\ S = 1,05 S_0 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{A}{S} = 0,18 = 18\%$$

- 11** (IBMEC-SP) Em um edifício há 100 condôminos. Dados passados indicam que, se o valor do condomínio for igual a R\$ 100,00, todos pagarão o condomínio. Mas, a cada R\$ 10,00 que o condomínio ultrapassar esse valor, um morador deixará de pagar o condomínio. R\$ 700,00 ou R\$ 400,00
- a) Determine o valor do condomínio para que sejam arrecadados R\$ 28 000,00 em determinado mês.
- b) Determine o valor do condomínio para que a arrecadação em determinado mês seja a maior possível. Qual a porcentagem de inadimplentes nesse caso? R\$ 550,00 e 45%

*Resolução:*

a) Sendo  $x$  o valor mensal, em R\$, do condomínio e  $p(x)$  o número de condôminos pagantes, temos

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{-1}{10} \text{ e, portanto, } p(x) = \frac{-1}{10}x + b, \text{ em que } b \text{ é uma constante.}$$

De  $p(100) = 100$ , temos:

$$\frac{-1}{10} \cdot 100 + b = 100$$

$$-10 + b = 100 \therefore b = 110$$

$$\text{Logo, } p(x) = \frac{-1}{10}x + 110. \quad (100 \leq x \leq 1100)$$

Para uma arrecadação mensal de R\$ 28 000,00, devemos ter:

$$x \cdot p(x) = 28\,000$$

$$\frac{-1}{10}x^2 + 110x = 28\,000$$

$$x^2 - 1100x + 280\,000 = 0$$

$$x = 700 \text{ ou } x = 400$$

Resposta: R\$ 700,00 ou R\$ 400,00

b) Sendo  $y = x \cdot p(x)$ , com  $100 \leq x \leq 1100$ , temos:

$$y = x \left( \frac{-1}{10}x + 110 \right)$$

$$y = \frac{-1}{10}x^2 + 110x$$

O gráfico de  $y$  em função de  $x$  é um conjunto de pontos do arco da parábola de equação

$$y = \frac{-1}{10}x^2 + 110x, \text{ com } 100 \leq x \leq 1100.$$

Sendo  $x_v$ , a abscissa do vértice da parábola, temos:

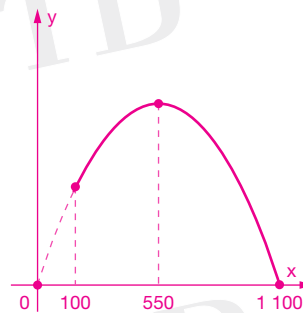
$$x_v = \frac{-110}{2 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)} = 550$$

$$\text{Temos } p(550) = \frac{-1}{10} \cdot 550 + 110 = 55.$$

Portanto, com o valor do condomínio igual a R\$ 550,00 a arrecadação mensal é máxima e haverá 55 condôminos pagantes.

A porcentagem de inadimplentes, neste caso, é  $\frac{100 - 55}{100} = 45\%$ .

Resposta: R\$ 550,00 e 45%







**15** (FGV-SP) Uma mercadoria, cujo preço de tabela é R\$ 8 000,00, é vendida à vista com desconto de  $x\%$ , ou em duas parcelas iguais de R\$ 4 000,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda um mês após a compra. Suponha que o comprador dispõe do dinheiro necessário para pagar à vista e que ele sabe que a diferença entre o preço à vista e a primeira parcela pode ser aplicada no mercado financeiro a uma taxa de 25% ao mês. Nessas condições:

- a) se  $x = 15$ , será vantajosa para ele a compra a prazo? Explique. **Não, pois ele economizará R\$ 200,00 comprando à vista.**  
 b) Qual é o valor de  $x$  que torna indiferente comprar à vista ou a prazo? Explique.  **$x = 10$**

*Resolução:*

- a) À vista:  $15\%$  de  $8\ 000 = 1\ 200$  (desconto)  
 Aplicando:  $1,25 \cdot 4\ 000 = 5\ 000$   
 $5\ 000 - 4\ 000 = 1\ 000$  (rendimento)  
 Melhor à vista  $\Rightarrow$  ganho de R\$ 200,00
- b) Para o modo compra ser indiferente para o comprador, deve-se ter:  
 $[8\ 000 \cdot (1 - x\%) - 4\ 000] \cdot 1,25 = 4\ 000$   
 $4\ 000 - 8\ 000 \cdot x\% = 3\ 200 \Rightarrow x = 10$

**16** (Osec-SP) Um comerciante compra um produto por R\$ 150,00 e o coloca à venda aplicando 30% a mais sobre o preço de custo. Depois, ele o anuncia com desconto de 10% para pagamento à vista. Determine:

- a) o preço do produto para pagamento à vista; **R\$ 175,50**  
 b) a porcentagem que o comerciante está lucrando na venda à vista desse produto. **17%**

*Resolução:*

$$V = 0,3C + C = 1,3 \cdot 150 \Rightarrow V = 195,00$$

a)  $0,9 \cdot 195 = \text{R\$ } 175,50$       b)  $\frac{175,50 - 150}{150} = 0,17 = 17\%$

**17** (UFG) Em um sítio destinado à produção de leite, o custo mensal com a mão-de-obra é R\$ 360,00 fixos, mais 10% do total,  $T$ , arrecadado com a venda do leite. Os demais custos de produção representam juntos 45% de  $T$ .

- a) Expresse o lucro, obtido em um mês, em função de  $T$ .  **$L = 0,45T - 360$**   
 b) Se o litro do leite é vendido por R\$ 0,50, qual a quantidade mínima de leite que deve ser produzida ao mês para que o produtor não tenha prejuízo? **1 600  $\ell$**

*Resolução:*

- a) O custo  $C_1$  com a mão-de-obra é igual a:

$$C_1 = 360 + 10\%T \rightarrow C_1 = 360 + 0,10T$$

Os demais custos  $C_2$  são iguais a:

$$C_2 = 45\%T \rightarrow C_2 = 0,45T$$

O custo total  $C$  é igual a:

$$C = C_1 + C_2 \rightarrow C = 360 + 0,10T + 0,45T$$

$$C = 360 + 0,55T$$

O lucro é igual a:

$$L = T - C \rightarrow L = T - (360 + 0,55T)$$

$$L = 0,45T - 360$$

- b) Seja  $x$  a quantidade de litros de leite produzida em um mês. Como  $T = 0,50x$ , o lucro obtido em um mês em função de  $x$  é:

$$L(x) = 0,45 \cdot 0,50x - 360$$

$$L(x) = 0,225x - 360$$

Para o produtor não ter prejuízo, devemos ter

$$L(x) \geq 0. \text{ Assim:}$$

$$0,225x - 360 \geq 0 \rightarrow x \geq 1\ 600$$

A quantidade mínima de leite deverá ser de 1 600  $\ell$ .

Resposta: a)  $L = 0,45T - 360$       b) 1 600  $\ell$

**18** (UFRN) Na fabricação de algumas peças, um fabricante contabilizou gastos totais de R\$ 100,00 em matéria-prima e R\$ 50,00 em mão-de-obra. O preço de venda de cada peça fabricada é R\$ 1,50. Considerando que  $x$  denota o número de peças vendidas e  $y$  o lucro que o fabricante tem na venda dessas  $x$  peças, responda às solicitações abaixo:

- a) Calcule quantas peças o fabricante tem de vender para que obtenha um lucro de 50% sobre o valor investido na confecção das peças. **150 peças**
- b) Expresse  $y$  em função de  $x$ , para todo  $x \geq 0$ .  **$y = 1,5x - 150$**

*Resolução:*

a) Gastos totais =  $100,00 + 50,00 = 150,00$

Preço de venda de cada peça =  $1,50$

$x = n^\circ$  de peças vendidas

$y =$  lucro da venda dessas  $x$  peças

$V =$  valor investido na confecção das peças =  $150,00$

$y =$  lucro de 50% sobre  $V = 75,00$

Daí, temos:

$y = 1,5x - 150 \rightarrow 75 = 1,5x - 150 \rightarrow x = 150$  peças

b) O lucro  $y$  é dado pela receita  $1,5x$  menos os gastos. Assim, temos:

$y = 1,5x - 150$

Resposta: a) 150 peças      b)  $y = 1,5x - 150$

**19** (UNI-RIO) Suponha que em dois meses um determinado título de capitalização teve seu valor reajustado em 38%. Sabendo-se que o reajuste no 1º mês foi de 15%, podemos afirmar que o do 2º mês foi de:

- a) 18,5%       c) 20%      e) 23%
- b) 19,5%      d) 21,5%

*Resolução:*

Seja  $k$  o reajuste do 2º mês:  $1,15(1 + k) = 1,38 \Rightarrow k = 20\%$

**20** (FGV-SP)

- a) O faturamento de uma empresa neste ano foi de 120% superior ao do ano anterior; obtenha o faturamento do ano anterior, sabendo que o deste ano foi de R\$ 1 430 000,00. **R\$ 650 000,00**
- b) Um comerciante compra calças a um custo de R\$ 26,00 a unidade. Pretende vender cada unidade com um ganho líquido (ganho menos os impostos) igual a 30% do preço de venda. Sabendo que, por ocasião da venda, ele tem de pagar um imposto igual a 18% do preço de venda, qual deve ser esse preço? **R\$ 50,00**

*Resolução:*

a) Se  $x$  for o faturamento do ano anterior, então:

$$220\% \cdot x = 1\,430\,000 \rightarrow x = \frac{1\,430\,000}{2,2}$$

$$x = 650\,000$$

b) Se  $V$  for o preço de venda (incluindo os impostos), então:

$$V - 18\% V = 26 + 30\% \cdot V \rightarrow 0,82V - 0,30V = 26.$$

$$V = 50$$



**21** (ITA-SP) Uma loja oferece um computador e uma impressora por R\$ 3 000,00 à vista, ou por 20% do valor à vista como entrada e mais um pagamento de R\$ 2 760,00 após 5 meses. Qual é a taxa de juro simples cobrada? 3% a.m.

*Resolução:*

$$\begin{aligned}\text{valor financiado} &= 3\,000,00 - 20\% \cdot 3\,000,00 \\ &= 2\,400,00\end{aligned}$$

$$2\,760,00 = 2\,400,00 (1 + 5i)$$

$$i = 3\% \text{ a.m.}$$

**22** (FGV-SP) Uma casa que custa R\$ 200 000,00 pode ser adquirida a prazo com 50% de entrada e o restante no final de 1 ano, com juro composto de 10% ao semestre. Pedro, interessado no imóvel, tem R\$ 200 000,00 aplicados à taxa de 25% a.a. Qual o menor percentual de desconto sobre o preço da casa que faria a compra à vista ser mais vantajosa para Pedro?

qualquer percentual maior que 1,6%

*Resolução:*

Se Pedro pagar à vista, daqui a um ano, terá na sua aplicação os rendimentos do desconto que receberia no negócio. Chamado de  $D$  esse desconto, daqui a um ano Pedro deveria ter  $1,25 D$ .

Se resolver pagar a prazo, desembolsaria de imediato R\$ 100 000,00 (50%) e, ao final de um ano, teria a diferença entre o seu investimento (25%) e o juro do financiamento (10%) que teria de pagar, ou seja:

$$100\,000 \times (1 + 0,25) - 100\,000 \cdot (1 + 0,10)^2 = 4\,000$$

Logo, Pedro ficaria com R\$ 4 000,00.

Para a compra à vista ser mais vantajosa, é necessário que o desconto seja maior que R\$ 3 200,00

$$1,25 D > 4\,000 \Leftrightarrow D > 3\,200.$$

$$\% \text{ de desconto} = \frac{3\,200}{200\,000} = 0,016 \quad (1,6\%)$$

(qualquer percentual maior que 1,6%)

**23** (ESPM-SP) Um capital de R\$ 6 000,00 é aplicado por 4 meses a juros compostos de 2% a.m. Qual é o valor dos juros resultantes dessa aplicação?

- a) R\$ 6 494,40  
b) R\$ 6 480,00  
c) R\$ 6 441,60  
**(d)** R\$ 494,40  
e) R\$ 480,00

Você pode usar um dos dados abaixo:

$$1,02^4 = 1,0824$$

$$1,2^4 = 2,0736$$

$$1,02 \cdot 4 = 1,08$$

*Resolução:*

$$M = C(1 + i)^t$$

$$M = 6\,000(1 + 0,02)^4 \Rightarrow M = 6\,000 \cdot 1,0824 = 6\,494,40$$

$$J = 6\,494,40 - 6\,000 = 494,40 \Rightarrow J = \text{R\$ } 494,40$$

**24** (FGV-SP)

- a) Antônio investiu a quantia recebida de herança em três aplicações distintas: 35% do total recebido em um fundo de renda fixa, 40% do valor herdado em um fundo cambial e o restante da herança em ações. No final de um ano as aplicações renderam, de juro, um total de R\$ 28 500,00.

Determine a quantia herdada por Antônio, sabendo que os rendimentos anuais foram de 30%, 20% e 40%, respectivamente, no fundo de renda fixa, no fundo cambial e nas ações. **R\$ 100 000,00**

- b) Um investidor aplicou na mesma data, por 20 dias, em fundos diferentes que operam no sistema de juro simples, os capitais de R\$ 110 000,00 e R\$ 80 000,00. No final do período o maior valor, aplicado à taxa de 9% a.m., rendeu, de juro, R\$ 3 400,00 a mais que a aplicação do menor valor.

Determine a taxa mensal de juro de aplicação do menor valor. **6%**

*Resolução:*

- a) Sendo  $x$ , em R\$, a quantia herdada, temos:

$$(0,35x) \cdot 0,3 + (0,4x) \cdot 0,2 + (0,25x) \cdot 0,4 = 28\,500$$

$$0,285x = 28\,500 \quad \therefore \quad x = 100\,000$$

- b) Sendo  $x$  a taxa mensal de juros de aplicação do menor valor, temos:

$$80\,000 \cdot \frac{2}{3} \cdot x + 3\,400 = 110\,000 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9\%$$

$$80\,000 \cdot \frac{2}{3} \cdot x + 3\,400 = 6\,600$$

$$80\,000 \cdot \frac{2}{3} \cdot x = 3\,200$$

$$x = \frac{3 \cdot 3\,200}{2 \cdot 80\,000}$$

$$x = 0,06 \quad \therefore \quad x = 6\%$$

**Resposta:** a) R\$ 100 000,00    b) 6%

Em questões como a 25, a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

**25** (UFBA) Um aparelho eletrodoméstico está à venda pelo preço de R\$ 300,00, numa loja que oferece as seguintes opções de pagamento:

Plano A: à vista, com 5% de desconto;

Plano B: pagamento no prazo de um mês, sem desconto nem acréscimo;

Plano C: pagamento no prazo de dois meses, com juro composto de 5% a.m.

Uma segunda loja vende o mesmo aparelho por um preço 5% mais caro que a anterior, mas oferece um desconto de 10% à vista.

Com base nessas informações, é correto afirmar que, se um cliente:

- (01) optar pelo plano B, pagará 5% a mais que o outro que optar pelo plano A.
- (02) preferir o pagamento à vista, será mais vantajoso comprar na segunda loja.
- (04) optar pelo plano C, pagará um valor maior que R\$ 330,50.
- (08) aplicar, no dia da compra, a uma taxa de 7% a.m., o dinheiro que usaria para o pagamento à vista no plano A, após dois meses terá o suficiente para o pagamento do valor correspondente ao plano C.
- (16) comprar dois aparelhos à vista, um em cada loja, a média dos preços dos aparelhos será inferior a R\$ 285,00.

$$2 + 4 + 16 = 22$$

*Resolução:*

Primeira loja:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Plano A: } 300 \cdot 0,95 = 285,00 \text{ à vista} \\ \text{Plano B, após um mês: } 300,00 \\ \text{Plano C, após 2 meses: } 300 \cdot (1,05)^2 = 330,75 \end{array} \right.$

Segunda loja:  $300 \cdot 1,05 \cdot 0,9 = 283,50 \text{ à vista}$

(01)  $\frac{300,00}{285,00} \approx 1,0526$ , ou seja, 5,26%

Falso

(02) Verdadeiro

(04) Verdadeiro

(08)  $285 \cdot (1,07)^2 = 326,30$

Falso

(16)  $\frac{285,00 + 283,50}{2} = 284,25$

Verdadeiro

Portanto:  $02 + 04 + 16 = 22$

**26** (FGV-SP)

- a) Um capital  $C$  foi aplicado a juro simples durante 10 meses, gerando um montante de R\$ 10 000,00; esse montante, por sua vez, foi também aplicado a juro simples, durante 15 meses, à mesma taxa da aplicação anterior, gerando um montante de R\$ 13 750,00. Qual o valor de  $C$ ? **R\$ 8 000,00**
- b) Um capital  $C$  é aplicado a juro composto, à taxa de 2% a.m. Três meses depois, um outro capital igual a  $C$  é aplicado também a juro composto, porém à taxa de 3% a.m. Durante quanto tempo o 1º capital deve ficar aplicado para dar um montante igual ao do 2º capital? Você pode deixar indicado o resultado.

$$\frac{3 \cdot \log 1,03}{\log 1,03 - \log 1,02} \text{ meses}$$

*Resolução:*

- a) Na segunda aplicação, sendo R\$ 10 000,00 o capital aplicado, R\$ 3 750,00 os juros simples produzidos durante 15 meses e  $i$  a taxa mensal da aplicação, temos:

$$3\,750 = 10\,000 \cdot i \cdot 15 \Leftrightarrow i = 0,025 = 2,5\%$$

Na primeira aplicação, sendo  $C$  o capital aplicado, R\$ 10 000,00 o montante (capital mais juros) produzido durante 10 meses e 2,5% a taxa mensal da aplicação, temos:

$$C + C \cdot 0,025 \cdot 10 = 10\,000 \rightarrow 1,25 \cdot C = 10\,000 \\ C = 8\,000$$

- b) Na primeira aplicação, o montante é dado por  $M = (1 + 0,02)^t \cdot C = 1,02^t \cdot C$ .  
Na segunda aplicação, o montante é dado por  $M = (1 + 0,03)^{t-3} \cdot C = 1,03^{t-3} \cdot C$ .  
Assim, para que as duas aplicações gerem o mesmo montante, devemos ter:

$$1,02^t \cdot C = 1,03^{t-3} \cdot C \Rightarrow 1,02^t = \frac{1,03^t}{1,03^3} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1,03}{1,02}\right)^t = 1,03^3$$

$$t = \log_{\frac{1,03}{1,02}} 1,03^3$$

$$t = \frac{3 \cdot \log 1,03}{\log 1,03 - \log 1,02}$$

- 27** (UFMG) Um capital de R\$ 30 000,00 foi dividido em duas aplicações: a primeira pagou uma taxa de 8% de juro anual; a outra aplicação, de risco, pagou uma taxa de 12% de juro anual. Ao término de um ano, observou-se que os lucros obtidos em ambas as aplicações foram iguais.

Assim sendo, a diferença dos capitais aplicados foi de:

- a) R\$ 8 000,00                      **(c)** R\$ 6 000,00  
b) R\$ 4 000,00                      d) R\$ 10 000,00

*Resolução:*

Foram aplicados R\$ 30 000,00 em duas aplicações diferentes do seguinte modo:

Aplicação 1:  $x$  reais à uma taxa de 8% ao ano,  
gerando juro:  $J_1 = x \cdot 0,08 = 0,08x$

Aplicação 2:  $(30\,000 - x)$  reais à uma taxa de 12% ao ano,  
gerando juro:  $J_2 = (30\,000 - x) \cdot 0,12 = 3\,600 - 0,12x$

Como os lucros foram iguais, temos:

$$j_1 = j_2 \rightarrow 0,08x = 3\,600 - 0,12x \rightarrow 0,08x + 0,12x = 3\,600 \rightarrow 0,2x = 3\,600 \rightarrow x = 18\,000.$$

Portanto, as aplicações foram de R\$ 18 000,00 ( $x$ ) e de R\$ 12 000,00 ( $30\,000 - x$ ), sendo de R\$ 6 000,00 a diferença entre elas.

**28** (Efoa-MG) Uma pessoa deposita uma quantia em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após  $t$  meses, é dado por  $M(t) = C \cdot 2^{0,01t}$ , em que  $C$  é uma constante positiva, o tempo mínimo para duplicar a quantia depositada é:

- a) 8 anos e 4 meses                      c) 10 anos e 2 meses                      e) 9 anos e 3 meses  
b) 6 anos e 8 meses                      d) 7 anos e 6 meses

*Resolução:*

Para que a quantia aplicada duplique, ao final da aplicação, devemos ter  $M = 2C$ . Para que isso

ocorra, é necessário que  $2^{0,01 \cdot t} = 2^1$ , ou seja,  $0,01t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{0,01} \Rightarrow t = 100$ .

O tempo mínimo de aplicação é de no mínimo 100 meses, ou simplesmente, 8 anos e 4 meses.

**29** (FGV-SP) O Magazine Lúcia e a rede Corcovado de hipermercados vendem uma determinada marca de aparelho de som do tipo *home cinema*, pelo mesmo preço à vista. Na venda a prazo, ambas as lojas cobram a taxa de juro composto de 10% a.m., com planos de pagamentos distintos.

Comprando a prazo no Magazine Lúcia, um consumidor deve pagar R\$ 2 000,00 no ato da compra e R\$ 3 025,00 depois de 2 meses, enquanto na rede Corcovado ele pode levar o aparelho sem desembolsar dinheiro algum, pagando uma parcela de R\$ 1 980,00, 1 mês após a compra, e o saldo em 2 meses após a compra.

- a) Qual o valor à vista do aparelho de som? **R\$ 4 500,00**  
b) Se um consumidor comprar o aparelho de som a prazo na rede Corcovado, qual o valor da parcela final, vencível 2 meses após a compra? **R\$ 3 267,00**

*Resolução:*

a) Se chamarmos de  $V$  o valor total da compra a vista, no “Magazine Lúcia” temos a seguinte situação: R\$ 2 000,00 no ato e mais uma parcela em que incidiram juros compostos de 10% ao mês, após 2 meses, no valor de R\$ 3 025,00, ou seja:

$$(V - 2\,000) \cdot (1 + 0,10)^2 = 3\,025 \rightarrow (V - 2\,000) \cdot (1,1)^2 = 3\,025 \rightarrow$$

$$\rightarrow (V - 2\,000) \cdot 1,21 = 3\,025 \rightarrow 1,21V - 2\,420 = 3\,025 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,21V = 5\,445 \rightarrow V = 4\,500.$$

Portanto, o valor à vista é R\$ 4 500,00.

b) Sendo R\$ 4 500,00 o valor à vista, após um mês com os juros praticados, o valor passará para R\$ 4 950,00.

$$(4\,500 \cdot (1 + 0,1)) = 4\,500 \cdot 1,1 = 4\,950$$

Pagando-se a parcela de R\$ 1 980,00 após um mês, a parcela final, vencível após 2 meses da compra, será:

$$(4\,950 - 1\,980) \cdot (1 + 0,1) = 2\,970 \cdot 1,1 = 3\,267$$

Parcela final: R\$ 3 267,00

