Matemática

M4 — Funções

p. 44

Responda às questões 1 e 2, tomando por base o texto abaixo:

(Unama-PA)

O ATAQUE DOS *ALIENS*

Caramujos africanos, medindo 12 centímetros de comprimento e pesando 200 gramas na fase adulta, trazidos para substituir o caro e requintado *escargot*, viraram praga em 23 estados do Brasil. Têm uma capacidade reprodutiva impressionante, pois são hermafroditas e botam 2 400 ovos por ano cada um. Em Casimiro de Abreu, no estado do Rio, onde também se tentou criar o caramujo para fins alimentícios, a prefeitura chegou a oferecer 1 real para cada quilo de molusco recolhido. O alienígena da vez é o caramujo africano.

Adaptado da revista *Veja*, 22 set. 2004.

1 Considerando a oferta da prefeitura de Casimiro de Abreu, a expressão que representa a receita (R), em reais, em função do número (N) de caramujos adultos recolhidos, é:

a) R = 0,2N b) R = N c) R = 5N d) R = 200N

Resolução:

Se 200g = 0,2 kg, temos:

R = 0,2 N

2 Se dois moradores de Casimiro de Abreu ganharam juntos R$ 90,00 num dia, recolhendo caramujos africanos adultos, e a razão entre o número de caramujos recolhidos por esses dois moradores é de 5 para 4, então o morador que mais recolheu conseguiu:

a) 35 kg b) 50 kg c) 60 kg d) 65 kg

Resolução:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 90 & (1) \\ \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{5}{4} & (2) \end{cases}$$

De (1), vem:

$0,2\,N_1 + 0,2\,N_2 = 90 \rightarrow N_1 + N_2 = 450$

$N_1 = 450 - N_2$ (3)

Substituindo (3) em (2), vem:

$$\frac{450 - N_2}{N_2} = \frac{5}{4} \rightarrow N_2 = 200 \text{ caramujos}$$

Logo: $N_1 = 450 - 200 = 250$ caramujos.

Daí, vem:

$250 \cdot 0,2 = 50$ kg

3 (MACK-SP) Uma empresa de telefonia faz, a seus clientes, a seguinte promoção: a cada 2 minutos de conversação, o minuto seguinte, na mesma ligação, é gratuito. Se o custo de cada segundo de ligação é R$ 0,01, o valor, em reais, de uma ligação de 16 minutos, durante a promoção, é:

a) 5,80 b) 6,00 c) 6,60 d) 7,20 e) 6,40

Resolução:

O custo, em R$, de cada 3 minutos de conservação é $2 \cdot 60 \cdot 0,01 = 1,20$, pois se paga apenas por 2 minutos.

Assim, o custo, em R$, de 15 minutos de conservação é $5 \cdot 1,20 = 6,00$.

O custo do décimo sexto minuto de conservação é, em R$, $60 \cdot 0,01 = 0,60$.

Portanto, o valor, em reais, de uma ligação de 16 minutos, durante a promoção, é 6,60.

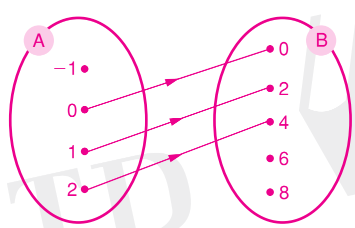
4 Nas duas relações dadas a seguir, faça o diagrama e verifique se elas são ou não funções, justificando sua resposta.

a) *f* é uma relação de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, expressa pela fórmula $y = 2x$, com $x \in A$ e $y \in B$. Não é função.

b) *g* é uma relação de $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ em $B = \{-8, -4, -1, 0, 1, 4, 8\}$, expressa pela fórmula $y = x^3$, com $x \in A$ e $y \in B$. É função.

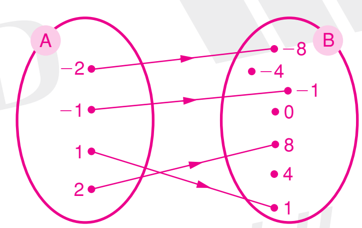
Resolução:

a) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ e $y = 2x$



Não é função, pois o elemento −1 de A não tem representante em *B*.

b) $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ em $B = \{-8, -4, -1, 0, 1, 4, 8\}$ e $y = x^3$



É função, pois a todo elemento de *A* corresponde um único elemento de *B*.

5 Dado o conjunto $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, determine o conjunto imagem da função $f: A \to \mathbb{R}$ quando *f* for definida por:

a) $f(x) = x^3$ $Im = \{-8, -1, 0, 1\}$ b) $f(x) = -x + 3$ $Im = \{2, 3, 4, 5\}$ c) $f(x) = 1 - x^2$ $Im = \{-3, 0, 1\}$

Resolução:

$A = \{-2, -1, 0, 1\}$ $f: A \to \mathbb{R}$

a) $f(x) = x^3$

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 = 1$

$Im = \{-8, -1, 0, 1\}$

b) $f(x) = -x + 3$

$f(-2) = -(-2) + 3 = 5$

$f(-1) = -(-1) + 3 = 4$

$f(0) = 0 + 3 = 3$

$f(1) = -1 + 3 = 2$

$Im = \{2, 3, 4, 5\}$

c) $f(x) = 1 - x^2$

$f(-2) = 1 - (-2)^2 = -3$

$f(-1) = 1 - (-1)^2 = 0$

$f(0) = 1 - (0)^2 = 1$

$f(1) = 1 - (1)^2 = 0$

$Im = \{-3, 0, 1\}$

6 (PUC-SP) Seja a função *f* de D = {1, 2, 3, 4, 5} em $\mathbb{R}$ definida por f(x) = (x − 2) (x − 4). Determine o seu conjunto imagem. Im = {−1, 0, 3}

Resolução:

D = {1, 2, 3, 4, 5}

$x = 1 \rightarrow f(1) = 3$

$x = 2 \rightarrow f(2) = 0$

$x = 3 \rightarrow f(3) = -1$

f(x) = (x − 2) (x − 4)

$x = 4 \rightarrow f(4) = 0$

$x = 5 \rightarrow f(5) = 3$

Im = {−1, 0, 3}

7 (UERN) Dada a função $f(x) = -x^2 + 2^x$, o valor de f(−1) + f(0) + f(1) é:

a) 0 b) 1,5 c) 5,5 d) 0,5 e) 4,5

Resolução:

$f(x) = -x^2 + 2^x$

$f(-1) = -1 + 2^{-1} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$f(0) = 0 + 2^0 = 0 + 1 = 1$

$f(1) = -1 + 2^1 = 1$

$f(-1) + f(0) + f(1) = -\frac{1}{2} + 1 + 1 = \frac{3}{2} = 1{,}5$

8 (Unesp-SP) Considere a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por f(x) = 2x − 1. Determine todos os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais é válida a igualdade $f(m^2) - 2f(m) + f(2m) = \frac{m}{2}$. 0 ou $\frac{1}{4}$

Resolução:

$f(x) = 2x - 1$

$f(m^2) - 2f(m) + f(2m) = \frac{m}{2}$

$(2m^2 - 1) - 2(2m - 1) + (4m - 1) = \frac{m}{2}$

$2m^2 - \cancel{1} - \cancel{4m} + \cancel{2} + \cancel{4m} - \cancel{1} = \frac{m}{2} = 0$

$4m^2 - m = 0 \begin{cases} m' = 0 \\ m'' = \frac{1}{4} \end{cases}$

9 (UFSC) Considere a função f(x) real, definida por f(1) = 43 e f(x + 1) = 2f(x) − 15. Determine o valor de f(0). 29

Resolução:

f(1) = 43

f(x + 1) = 2f(x) − 15

f(0 + 1) = 2f(0) − 15 f(0 + 1) = f(1) = 43

43 = 2f(0) − 15

2f(0) = 43 + 15

$f(0) = \frac{58}{2} \Rightarrow f(0) = 29$

10 (UNI-RIO)/Ence-RJ) Seja *f* a função real na variável *x* definida por $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$.

a) Determine o domínio de definição *D* da função.

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 0 \text{ ou } 0 < x \leqslant 1\}$

b) Mostre que, para todo $x \in D$, tem-se $f(x) = \dfrac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$.

Resolução:

a) Devemos ter:

$1 + x \geqslant 0 \rightarrow x \geqslant -1$

$1 - x \geqslant 0 \rightarrow x \leqslant 1$

$\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} \neq 0 \rightarrow \sqrt{1+x} \neq \sqrt{1-x} \rightarrow 1 + x \neq 1 - x$

$2x \neq 0$

$x \neq 0$

Logo: $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 0 \text{ ou } 0 < x \leqslant 1\}$

b) Racionalizando f(x) em $x \in D$, obtemos:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \cdot \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$$

$$f(x) = \frac{\left(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}\right)^2}{\left(\sqrt{1+x}\right)^2 - \left(\sqrt{1-x}\right)^2} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$$

11 (UFPel-RS) Qual é o domínio de $\dfrac{x^2 - 7x + 10}{\sqrt{2x + 7}}$?

a) $\mathbb{R} - \left\{-\dfrac{7}{2}\right\}$ b) $\left]-\dfrac{7}{2}, +\infty\right[$ c) $\left[-\dfrac{7}{2}, +\infty\right]$ d) $(2, 5)$ e) $\varnothing$

Resolução:

$2x + 7 > 0 \Rightarrow x > -\dfrac{7}{2}$ $D = \left]-\dfrac{7}{2}, +\infty\right[$

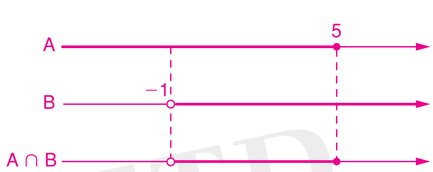
12 (UERN) Seja $f\colon D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}$, a função definida por $f(x) = \sqrt{5 - x} + \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}}$. O domínio *D* da função pode ser descrito como:

a) $[-1,5]$ b) $[5, \infty]$ c) $]5, \infty[$ d) $]-1, 5]$ e) $]5, \infty[- \{-1\}$

Resolução:

$5 - x \geqslant 0$ e $x + 1 > 0$

$x \leqslant 5$ e $x > -1$



$D =]-1, 5]$

13 (UFRN) Dada a função f: $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, definida para todo inteiro $n \in \mathbb{Z}$, tal que $f(0) = 1$ e $f(n + 1) = f(n) + 2$, podemos afirmar que o valor de f(200) é:

a) 201 b) 203 c) 401 d) 403 e) 602

Resolução:

$f(0) = 1$
$f(1) = f(0) + 2 = 3$
$f(2) = f(1) + 2 = 5$
$f(3) = f(2) + 2 = 7$
$\vdots$

f(n) é uma seqüência de números ímpares, ou seja, $f(n) = 2n + 1$

$f(200) = 2 \cdot 200 + 1 = 401.$

14 (UEL-PR) Seja a função $f(x) = ax^3 + b$. Se $f(-1) = 2$ e $f(1) = 4$, então *a* e *b* valem, respectivamente:

a) -1 e -3 b) -1 e 3 c) 1 e 3 d) 3 e -1 e) 3 e 1

Resolução:

$f(x) = ax^3 + b$
$f(-1) = -a + b = 2$
$f(1) = a + b = 4$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} -a + b = 2 \\ a + b = 4 \end{cases}$, obtemos $a = 1$ e $b = 3$.

15 Qual o domínio da função $h(x) = \sqrt[3]{2x + 3}$? $D = \mathbb{R}$

Resolução:

$h(x) = \sqrt[3]{2x + 3}$ $D = \mathbb{R}$

p. 50

16 Determine as coordenadas dos pontos indicados na figura:

Resolução:

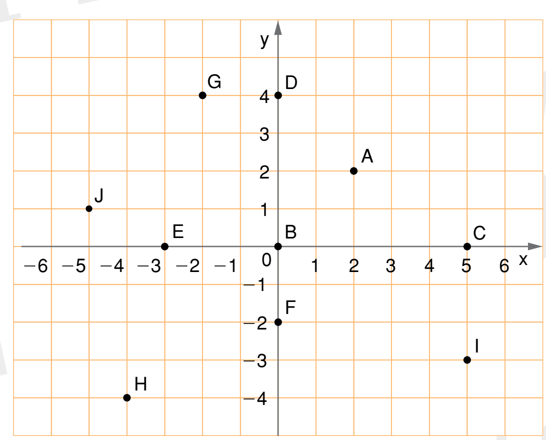
A(2, 2) F(0, -2)

B(0, 0) G(-2, 4)

C(5, 0) H(-4, -4)

D(0, 4) I(5, -3)

E(-3, 0) J(-5, 1)



17 (FGV-SP) Chama-se custo médio de produção o custo total dividido pela quantidade produzida.

a) Uma fábrica de camisetas tem um custo total mensal dado por C = F + 8x, em que *x* é a quantidade produzida, e *F* o custo fixo mensal. O custo médio de fabricação de 500 unidades é R$ 12,00. Se o preço de venda for R$ 15,00 por camiseta, qual o lucro mensal de fabricar e vender 600 unidades? R$ 2 200,00

b) Esboce o gráfico do custo médio de produção de *x* unidades, em função de *x*, se a função custo total for C = 3 000 + 10x.

Resolução:

a) O custo total mensal de fabricação de 500 camisetas é $500 \cdot 12 = 6\,000$.

De $C = F + 8x$, temos:

$6\,000 = F + 8 \cdot 500 \rightarrow F = 2\,000$

O custo total mensal de fabricação de 600 camisetas é, em R$:

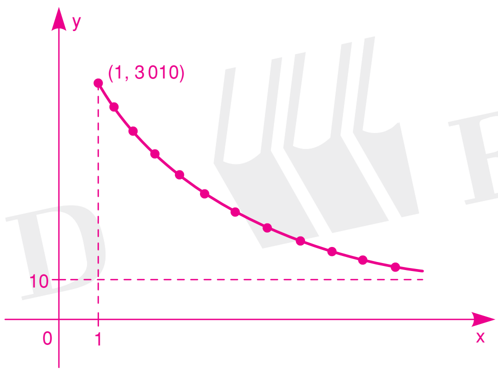
$C = 2\,000 + 8 \cdot 600 \rightarrow C = 6\,800$

A venda total mensal de 600 camisetas é, em R$: $600 \cdot 15 = 9\,000$

O lucro mensal é $9\,000 - 6\,800 = 2\,200$.

b) Sendo *y* o custo médio de produção de *x* unidades, temos:

$y = \dfrac{C}{x}$, ou seja, $y = \dfrac{3000}{x} + 10$, com $x \in \mathbb{N}^*$.



18 Sendo $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$, determine *a* e *b* para que se tenha:

a) $(a, b + 2) = (-5, 3)$
$a = -5$; $b = 1$

b) $(a + b, a - b) = (3, 5)$
$a = 4$; $b = -1$

c) $(a + 2b, 17) = (6, a + b)$
$a = 28$; $b = -11$

Resolução:

a) $(a, b + 2) = (-5, 3)$

$a = -5$

$b + 2 = 3 \Rightarrow b = 1$

b) $(a + b, a - b) = (3, 5)$

$$\begin{array}{l} a + b = 3 \\ a - b = 5 \quad + \\ \hline 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a + b = 3 \\ 4 + b = 3 \\ b = -1 \end{array}$$

c) $(a + 2b, 17) = (6, a + b)$

$$\begin{cases} a + 2b = 6 \\ a + b = 17 \ (-1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} a + 2b = 6 \\ -a - b = -17 \end{cases} + \\ \hline b = -11 \end{array}$$

$a + b = 17$

$a - 11 = 17$

$a = 28$

19 Dados $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, construa, num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, os gráficos:

a) da função $f: A \rightarrow B$, dada por $f(x) = 2x + 1$ Im $f(x) = \{-1, 1, 3\}$

b) da função $g: A \rightarrow B$, dada por $g(x) = x^2$ Im $g(x) = \{0, 1\}$

Em ambos os itens escreva o conjunto imagem da função.

Resolução:

$A = \{-1, 0, 1\}$

$B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

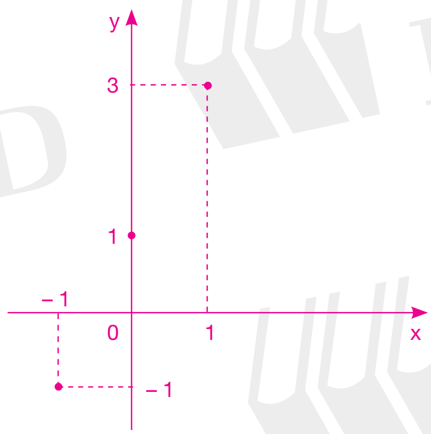
a) $f: A \rightarrow B$ dada por $f(x) = 2x + 1$

$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$

$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$

$f(1) = 2 \cdot (1) + 1 = 3$

Im $f(x) = \{-1, 1, 3\}$



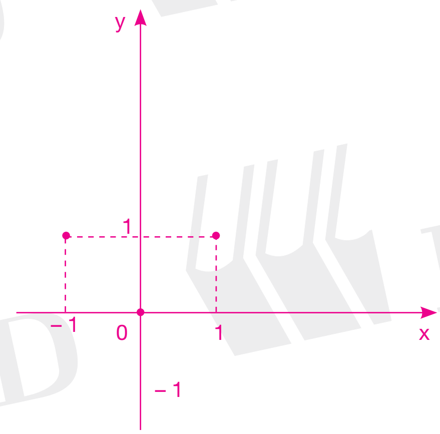
b) $g: A \rightarrow B$ dada por $g(x) = x^2$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(0) = 0^2 = 0$

$f(1) = 1^2 = 1$

Im $g(x) = \{0,1\}$



20 Seja a função *f* dada por $f(x) = x + 1$. Construa, num sistema de coordenadas cartesianas, o gráfico de *f* quando:

a) $D = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

b) $D = [-1, 3]$

c) $D = \mathbb{R}$

Resolução:

$f(x) = x + 1$

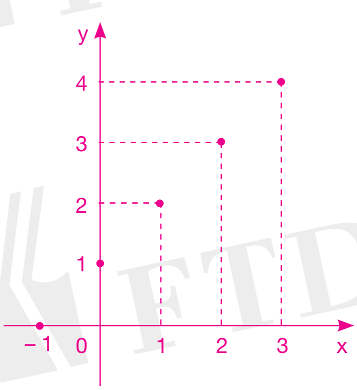
a) $f(-1) = 0$

$f(0) = 1$

$f(1) = 2$

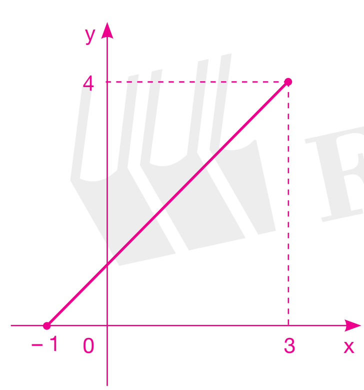
$f(2) = 3$

$f(3) = 4$



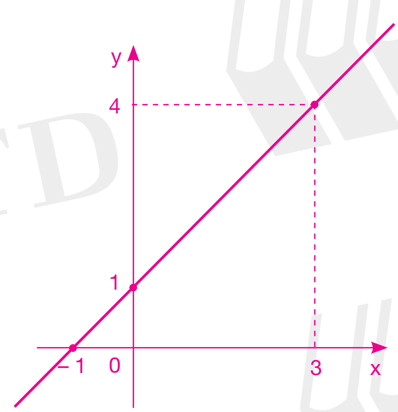
b) $f(-1) = 0$

$f(3) = 4$



c) $\mathbb{R}$ $f(-1) = 0$

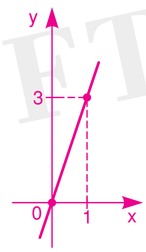
$f(3) = 4$



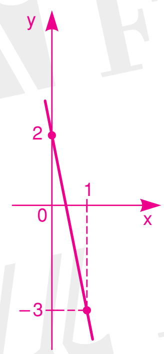
21 Construa, num sistema de coordenadas cartesianas, os gráficos das funções f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dadas por:
a) $f(x) = 3x$ b) $f(x) = 2 - 5x$ c) $f(x) = x^2$ d) $f(x) = x^2 - 4$

Resolução:
f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

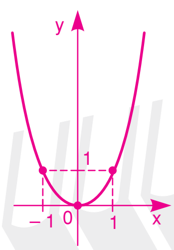
a) $f(x) = 3x$
$f(0) = 0$
$f(1) = 3$



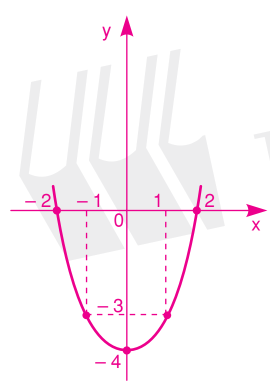
b) $f(x) = 2 - 5x$
$f(0) = 2 - 0 = 2$
$f(1) = 2 - 5 = -3$



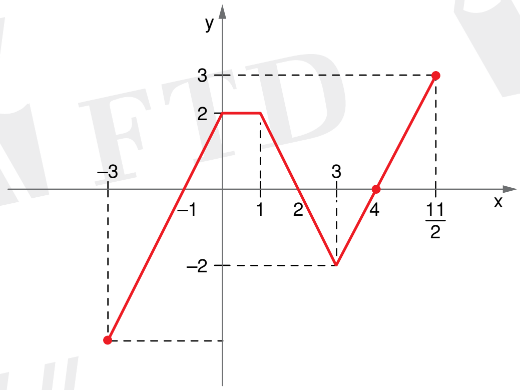
c) $f(x) = x^2$
$f(0) = 0$
$f(1) = 1$
$f(-1) = 1$



d) $f(x) = x^2 - 4$
$f(0) = -4$
$f(-2) = 0$ $f(-1) = -3$
$f(2) = 0$ $f(1) = -3$



22 (MACK-SP) Considere as sentenças abaixo, relativas à função y = f(x), definida no intervalo $\left[-3, \frac{11}{2}\right]$ e representada, graficamente, na figura.



I. Se $x < 0$, então $f(x) < 0$.

II. $f(1) + f(3) = f(4)$

III. A imagem de *f* é o intervalo $[-4, 3]$.

É correto afirmar que:

a) apenas III é verdadeira.

b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas I e III são verdadeiras.

d) apenas II e III são verdadeiras.

e) todas as sentenças são verdadeiras.

Resolução:

Do gráfico, temos que $f\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$.

Como $\frac{-1}{2} < 0$ e $f\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$, a afirmação I é falsa.

Do gráfico, temos $f(1) = 2$, $f(3) = -2$ e $f(4) = 0$.

Como $f(1) + f(3) = f(4)$, a afirmação II é verdadeira.

Podemos afirmar que, para $-3 \leqslant x \leqslant 0$, existem constantes *a* e *b*, tais que $f(x) = ax + b$.

De $f(0) = 2$, temos $b = 2$ e, portanto, $f(x) = ax + 2$.

De $f(-1) = 0$, temos $-a + 2 = 0$ e, portanto, $a = 2$.

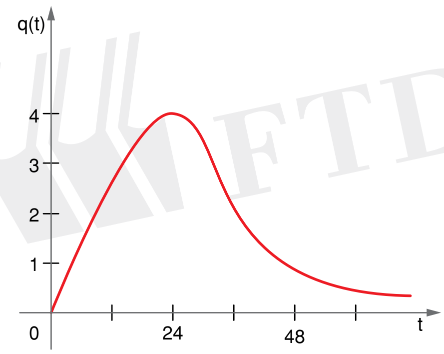
Logo, para $-3 \leqslant x \leqslant 0$, temos $f(x) = 2x + 2$ e, portanto, $f(-3) = 2(-3) + 2$, isto é, $f(-3) = -4$.

A projeção do gráfico de *f* sobre o eixo *y* corresponde ao intervalo $[-4, 3]$.

Logo, a imagem de *f* é o intervalo $[-4, 3]$, e a afirmação III é verdadeira.

Portanto, apenas as afirmações II e III são verdadeiras.

23 (UFPR) Um estudo feito com certo tipo de bactéria detectou que, no decorrer de uma infecção, a quantidade dessas bactérias no corpo de um paciente varia aproximadamente segundo uma função q(t) que fornece o número de bactérias em milhares por mm^3 de sangue no instante *t*. O gráfico da função q(t) encontra-se esboçado ao lado. O tempo é medido em horas, e o instante t = 0 corresponde ao momento do contágio.



Com base nessas informações, considere as seguintes afirmativas:

I. A função q(t) é crescente no intervalo [0, 48].
II. A quantidade máxima de bactérias é atingida 24 horas após o contágio, aproximadamente.
III. 60 horas após o contágio, a quantidade de bactérias está abaixo de 1 500 por mm^3.

Assinale a alternativa correta:

a) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa I é verdadeira.
e) Somente a afirmativa III é verdadeira.

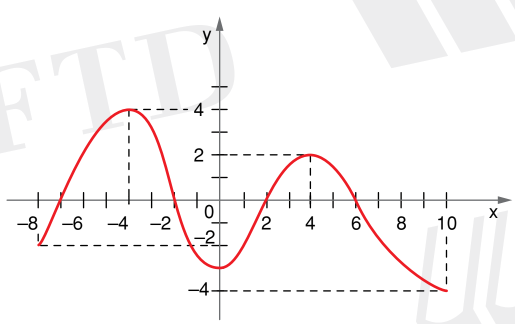
Resolução:
I. (Falsa)
No intervalo [0, 24] a função q(t) é crescente e no intervalo [24, 48] ela é decrescente.

III. (Verdadeira)
Quando t = 24 h, obtemos q(t) = 4 000 bactérias, que representa a quantidade máxima de bactérias.

III (Verdadeira)
Quando t = 60 h, obtemos q(t) aproximadamente igual a 500 bactérias.

24 (Unoesc-SC) Considerando a função y = f(x), com $-8 \leqslant x \leqslant 10$, representada na figura ao lado, é correto afirmar que:

a) $f(-4) + f(4) = 0$
b) $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = 0$
c) $f(0) = 0$
d) $f(-2) \neq 0$
e) imagem de *f* é $[-4, 2]$



Resolução:
a) $f(-4) = 4$; $f(4) = 2$
$f(-4) + f(4) = 4 + 2 = 6 \neq 0$

b) $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = f(1) \cdot 0 \cdot f(3) = 0$

c) $f(0) \neq 0$ e não $f(0) = 0$

d) $f(-2) = 0$ e não $f(-2) \neq 0$

e) $Im_f = [-4, 4] \neq [-4, 2]$

25 (MACK-SP) O número de indivíduos de um certo grupo é dado por $f(x) = \left(10 - \frac{1}{10^x}\right) \cdot 1\,000$, sendo x o tempo medido em dias. Desse modo, entre o 2º e o 3º dias, o número de indivíduos do grupo:

a) aumentará em exatamente 10 unidades.
b) aumentará em exatamente 90 unidades.
c) diminuirá em exatamente 9 unidades.
d) aumentará em exatamente 9 unidades.
e) diminuirá em exatamente 90 unidades.

Resolução:

$$f(2) = \left[10 - \frac{1}{10^2}\right] \cdot 1000 \quad \therefore \; f(2) = 9\,990$$

$$f(3) = \left[10 - \frac{1}{10^3}\right] \cdot 1000 \quad \therefore \; f(3) = 9\,999$$

Logo, entre o 2º e o 3º dias , o número de indivíduos aumentará em exatamente 9 unidades.

26 Determine se cada uma das seguintes funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é crescente ou decrescente.

a) $y = x$ crescente
b) $y = 3x - 1$ crescente
c) $y = -x$ decrescente
d) $y = -\frac{x}{5} + 1$ decrescente
e) $y = 2^x$ crescente
f) $y = x^3$ crescente

Resolução:

$x_1 \in \mathbb{R}$ e tem imagem y_1; $x_2 \in \mathbb{R}$ e tem imagem y_2; $x_1 < x_2$

a) $x_1 < x_2 \Rightarrow y_1 < y_2$ ∴ a função é crescente.

b) $x_1 < x_2 \Rightarrow 3x_1 - 1 < 3x_2 - 1 \Rightarrow y_1 < y_2$ ∴ a função é crescente.

c) $x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2 \Rightarrow y_1 > y_2$ ∴ a função é decrescente.

d) $x_1 < x_2 \Rightarrow -\frac{x_1}{5} + 1 > -\frac{x_2}{5} + 1 \Rightarrow y_1 > y_2$ ∴ a função é decrescente.

e) $x_1 < x_2 \Rightarrow 2^{x_1} < 2^{x_2} \Rightarrow y_1 < y_2$ ∴ a função é crescente.

f) $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow y_1 < y_2$ ∴ a função é crescente.

p. 58

27 Uma fecularia (empresa que produz farinha de milho, mandioca etc.) compõe os seus preços por duas funções: a primeira, dos custos e manipulação de matéria-prima, dada por $f(x) = 3x - 1$, em que x é a quantidade de produto; a segunda, $g(x) = 2x + 2$, que diz respeito ao processamento, embalagem e entrega às revendas. Então, o custo total é composto de custos de processamento, embalagem e entrega, além do custo e manipulação da matéria-prima. Nessas condições, qual o preço de venda de uma unidade em reais? R$ 6,00

Resolução:

Pelos dados, temos:

$g(f(x)) = g(3x - 1)$

$g(f(x)) = 2(3x - 1) + 2$

$g(f(x)) = 6x - \cancel{2} + \cancel{2}$

$g(f(x)) = 6x$

Para $x = 1$, temos:

$g(f(1)) = 6 \cdot 1 = 6$

28 (FGV-SP) Sejam *f* e *g* duas funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, tais que $f(x) = 2x$ e $g(x) = 2 - x$. Então, o gráfico cartesiano da função $f[g(x)] + g[f(x)]$:

a) passa pela origem.
b) corta o eixo x no ponto $(-4, 0)$.
c) corta o eixo y no ponto $(6, 0)$.
d) tem declividade positiva.
e) passa pelo ponto $(1, 2)$.

Resolução:
O gráfico cartesiano de
$h(x) = f(g(x)) + g(f(x)) = f(2 - x) + g(2x) =$
$= 2(2 - x) + 2 - 2x = 6 - 4x$
passa pelo ponto $(1, 2)$, pois $h(1) = 6 - 4 \cdot 1 = 2$

29 (UERN) As funções *f* e *g* são definidas por $f(x) = x - 1$ e $g(x) = x^2 - 3x + 2$. Calculando-se $g(f(x))$, tem-se:

a) $x^2 - 2x + 1$ b) $x^2 - 3x + 1$ c) $x^2 - 3x + 2$ d) $x^2 - 5x + 6$ e) $x^3 - 5x^2 + 5x - 2$

Resolução:
$g(f(x)) = g(x - 1) = (x - 1)^2 - 3(x - 1) + 2$
$g(f(x)) = x^2 - 2x + 1 - 3x + 5 \Rightarrow g(f(x)) = x^2 - 5x + 6$

30 (UFES) Seja *f* a função dada por $f(x) = \dfrac{x-5}{2x+3}$, para x real, diferente de $-\dfrac{3}{2}$. Se *g* é a função, tal que $g(f(x)) = x$ para todo x do domínio de *f*, então $g(1)$ vale:

a) $-\dfrac{5}{3}$ b) -3 c) -4 d) -8 e) $-\dfrac{2}{5}$

Resolução:

$f(x) = \dfrac{x-5}{2x+3}$ $\quad g(f(x)) = x$

$f(x) = 1 \Rightarrow 1 = \dfrac{x-5}{2x+3} \Rightarrow 2x + 3 = x - 5$

$x = -8 \Rightarrow g(f(x)) = x = -8$

31 (PUC-MG) Considere $f(x) = x + 3$ e $f(g(x)) = 3x + 4$. Valor de $g(3)$ é:

a) 6 b) 8 c) 10 d) 13 e) 16

Resolução:
$f(x) = x + 3$
$f(g(x)) = g(x) + 3 = 3x + 4 \Rightarrow g(x) = 3x + 1 \Rightarrow g(3) = 10$

32 (Uniube-MG) Seja *K* uma constante real, *f* e *g* funções definidas em $\mathbb{R}$ tais que $f(x) = Kx + 1$ e $g(x) = 13x + K$. Os valores de *K* que tornam a igualdade $f \circ g = g \circ f$ verdadeira são:

a) −3 ou 3 b) −4 ou 4 c) −4 ou 3 d) − 3 ou 4 e) − 4 ou − 3

Resolução:

$f(g(x)) = g(f(x))$

$K(13x + K) + 1 = 13(Kx + 1) + K$

$13Kx + K^2 + 1 = 13Kx + 13 + K$

$K^2 - K - 12 = 0 \begin{cases} K' = -3 \\ K'' = 4 \end{cases}$

33 (UERN) Seja a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 8x$. A sua inversa f^{-1} é definida por:

a) $\frac{x}{8}$ b) x c) 8x d) −8x e) $-\frac{8}{x}$

Resolução:

$y = 8x \Rightarrow x = 8y \Rightarrow y = \frac{x}{8}$

34 (UNI-RIO) A função inversa da função bijetora $f: \mathbb{R} - \{4\} \to \mathbb{R} - \{2\}$ definida por $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 4}$ é:

a) $f^{-1}(x) = \frac{x + 4}{2x + 3}$

b) $f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{2x - 3}$

c) $f^{-1}(x) = \frac{4x + 3}{2 - x}$

d) $f^{-1}(x) = \frac{4x + 3}{x - 2}$

e) $f^{-1}(x) = \frac{4x + 3}{x + 2}$

Resolução:

$y = \frac{2x - 3}{x + 4}; x = \frac{2y - 3}{y + 4}$

$x(y + 4) = 2y - 3 \Rightarrow xy + 4x = 2y - 3$

$y(x - 2) = -3 - 4x \Rightarrow y = \frac{-3 - 4x}{x - 2} \Rightarrow y = \frac{3 + 4x}{2 - x}$

Logo, $f^{-1}(x) = \frac{4x + 3}{2 - x}$

35 (UFRJ) Determine o valor real de *a* para que $f(x) = \frac{x + 1}{2x + a}$ possua como inversa a função $f^{-1}(x) = \frac{1 - 3x}{2x - 1}$. 3

Resolução:

$f(x) = \frac{x + 1}{2x + a}$

$y = \frac{x + 1}{2x + a} \Rightarrow 2xy + ay = x + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (2y - 1)x = 1 - ay \Rightarrow x = \frac{1 - ay}{2y - 1}$

"Trocando" as variáveis, $y = \frac{1 - ax}{2x - 1}$.

Logo, $f^{-1}(x) = \frac{1 - ax}{2x - 1}$.

Comparando com a expressão de $f^{-1}(x)$ dada, concluímos que a = 3.

36 Construa, em um mesmo sistema cartesiano, os gráficos da função *f* e da sua inversa f^{-1}, dados por:

a) $f(x) = 2x - 3$ b) $f(x) = x + 1$ c) $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

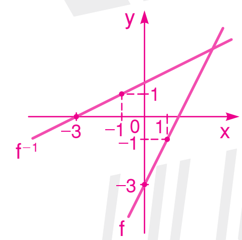
A seguir, escreva o que você pode observar em cada caso sobre os gráficos da função *f* e da inversa f^{-1}.

Resolução:

a) $f(x) = 2x - 3$ $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

x	y
0	−3
1	−1

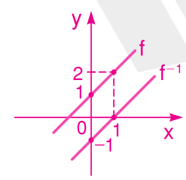
x	y
−3	0
−1	1



b) $y = x + 1$ $x = y + 1 \Rightarrow y = x - 1$

x	y
0	1
1	2
2	3

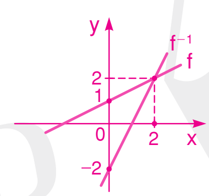
x	y
0	−1
1	0
2	1



c) $y = \frac{x}{2} + 1$ $y = 2x - 2$

x	y
0	1
2	2

x	y
0	− 2
2	2



Os gráficos de *f* e f^{-1} são simétricos em relação à bissetriz do 1º e do 3º quadrantes.

37 Sejam $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e $g(x) = 4x + m$. Sabendo-se que $f(g(-1)) = 12$, calcule *m*. 1 ou 9

Resolução:

Se $f(g(-1)) = 12$, temos:

$g(-1) = 4 \cdot (-1) + m = m - 4$

$f(g(-1)) = f(m-4) = (m - 4)^2 - 2 \cdot (m - 4) - 3 = m^2 - 8m + 16 - 2m + 8 - 3 = m^2 - 10m + 21$

Portanto: $m^2 - 10m + 21 = 12$

$m^2 - 10m + 9 = 0 \Rightarrow \Delta = 100 - 36 = 64$

$$m = \frac{(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} m_1 = \frac{18}{2} = 9 \\ m_2 = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$, ou seja: m = 1 ou m = 9

38 Dadas as funções $f(x) = x^2 - 5x + 6$ e $g(x) = x + 4$, pede-se:

a) x, de modo que $f(g(x)) = 0$ $\{-2, -1\}$

b) x, para que $f(2) + g(x) = g(f(4))$ $\{2\}$

Resolução:

$f(x) = x^2 - 5x + 6$

$g(x) = x + 4$

a) $f(g(x)) = 0$

$f(x + 4) = (x + 4)^2 - 5(x + 4) + 6 = x^2 + 3x + 2$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$$\Delta = 1 \begin{cases} x' = -2 \\ x'' = -1 \end{cases}$$

b) $f(2) + g(x) = g(f(4))$

$f(2) = 4 - 10 + 6 = 0$

$f(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 16 + 6 - 20 = 2$

$g(2) = 2 + 4 = 6$

$0 + x + 4 = 6 \Rightarrow x = 2$

39 (Unifor-CE) Considere as afirmações seguintes:

I. A função f, de $\mathbb{R}^*$ em $\mathbb{R}^*$, dada por $f(x) = \dfrac{1}{x}$, é igual à sua inversa.

II. O domínio da função real definida por $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x - 1}}$ é o intevalo $[1, +\infty[$.

III. A função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^3$, é ímpar.

É verdade que SOMENTE:

a) III é verdadeira.

b) II e III são verdadeiras.

c) I e III são verdadeiras.

d) I é verdadeira

e) II é verdadeira.

Resolução:

I. (Verdadeira)

$$y = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{y} \rightarrow y = \frac{1}{x} \text{ ou } f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

II. (Falsa)

$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1 \rightarrow]1, +\infty[$

III (Verdadeira)

$f(x) = x^3 \rightarrow f(-x) = -x^3 \rightarrow f(-x) = -f(x)$

f é impar