Resolução das atividades complementares

Matemática

M3 – Determinantes

p. 16

1 O valor do determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ é:

a) -17
b) 7
c) -7
d) 17
e) 0

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 12 \rightarrow \det A = -17$$

2 Se $a = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$, $b = \begin{vmatrix} 21 & 7 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$ e $c = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$, determine $A = a^2 + b - c^2$. $A = 114$

Resolução:

$$a = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 21 & 7 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}; c = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$a = 8 - (-3) = 11$
$b = 21 - (-21) = 42$
$c = -3 - (-10) = 7$
$A = a^2 + b - c^2 = 121 + 42 - 49 \rightarrow A = 114$

3 Calcule o determinante da matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ tal que $a_{ij} = 3i - 2j$. 6

Resolução:

$A = (a_{ij})_{2 \times 2}$; $a_{ij} = 3i - 2j$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 - (-4) \rightarrow \det A = 6$$

4 Resolva a equação $\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = -6$. $S = \{2, 3\}$

Resolução:

$$\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = -6$$

$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 2) \cdot (x - 3) = 0 \rightarrow x = 2$ ou $x = 3$
$S = \{2, 3\}$

5 Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, encontre o valor do determinante de $A^2 - 2A$. 0

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 1+2 \\ 0+0 & 0+4 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 2A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 - 0 = 0$$

Portanto, o determinante de $A^2 - 2A$ é 0.

6 (ITA-SP) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} \log_x x & \log_3 9 \\ \log_3 1 & \log_9 3 \end{bmatrix}$ com $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$ e $x \neq 1$ e seja *n* o determinante de *A*.

Considere as equações:

(1) $6x + 3 = 0$

(2) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$

(3) $9^x - 3 = 0$

(4) $x^2 = \frac{1}{4}$

(5) $x^2 = \frac{1}{2}$

Pode-se afirmar que *n* é raiz da equação:

a) (1)
b) (2)
c) (3)
d) (4)
e) (5)

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} \log_x x & \log_3 9 \\ \log_3 1 & \log_9 3 \end{bmatrix}; x \in \mathbb{R},\ x > 0 \text{ e } x \neq 1$$

$$n = \begin{vmatrix} \log_x x & \log_3 9 \\ \log_3 1 & \log_9 3 \end{vmatrix}; \log_x x \cdot \log_9 3 - \log_3 1 \cdot \log_3 9 \rightarrow n = 1 \cdot \frac{1}{2} - 0 \cdot 2 \rightarrow n = \frac{1}{2}$$

(1) $6x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

(2) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

(3) $9^x - 3 = 0 \rightarrow 3^{2x} = 3 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

(4) $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$

(5) $x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

Portanto, a equação que tem $n = \frac{1}{2}$ como única raiz é a equação (3) e a alternativa correta é *c*.

7 Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, calcule o valor dos determinantes de A e de A^t. $\det A = \det A^t = 1$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -3 - (-4) \rightarrow \det A = 1$$

$$\det A^t = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -3 - (-4) \rightarrow \det A^t = 1$$

$$\det A = \det A^t = 1$$

8 Sendo $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a^3 & b^3 \end{bmatrix}$, calcule o valor do determinante de A e em seguida calcule o valor numérico desse determinante para $a = 1$ e $b = 2$. $\det A = ab(b - a) \cdot (b + a)$; 6

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ a^3 & b^3 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ a^3 & b^3 \end{vmatrix} = a \cdot b^3 - a^3 \cdot b = ab \cdot (b^2 - a^2) = ab \cdot (b - a) \cdot (b + a)$$

Se $a = 1$ e $b = 2$, temos: $\det A = 1 \cdot 2 \cdot (2 - 1) \cdot (2 + 1) = 6$.
Portanto, $\det A = ab \cdot (b - a) \cdot (b + a)$ e o valor numérico é igual a 6.

9 Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$.

sim; $\det A \cdot B = \det B \cdot A = -7$

Após encontrar os determinantes de $A \cdot B$ e de $B \cdot A$, podemos dizer que $\det A \cdot B = \det B \cdot A$?

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 0 & 15 + 7 \\ -2 + 0 & -10 - 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 22 \\ -2 & -17 \end{bmatrix} \rightarrow \det A \cdot B =$$

$$= -51 + 44 = -7$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 10 & 1 - 5 \\ 0 - 14 & 0 - 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -14 & -7 \end{bmatrix} \rightarrow \det B \cdot A =$$

$$= 49 - 56 = -7$$

$$\therefore \det A \cdot B = \det B \cdot A = -7$$

10 Se det A = 5, qual o valor do det (A + A)? 20

Resolução:

det A = 5

det (A + A) = det 2A

Seja *A* uma matriz de ordem 2, então:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb \rightarrow \det A = 5$$

$$2A = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{vmatrix} = 2a \cdot 2d - 2c \cdot 2b = 4(ad - cb) = 4 \cdot 5 \rightarrow \det 2A = 20$$

11 Qual o valor de *n* para que o determinante da matriz $M = \begin{bmatrix} 2^n & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ seja igual a zero? -1

Resolução:

$$M = \begin{bmatrix} 2^n & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det M = \begin{vmatrix} 2^n & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2^n \cdot 2 - 1 = 0 \rightarrow 2^{n+1} - 2^0 = 0 \rightarrow 2^{n+1} = 2^0 \rightarrow n + 1 = 0 \rightarrow n = -1$$

12 (Vunesp-SP) Seja a matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, em que *a*, *b*, *c* e *d* $\in \mathbb{R}$. Se os números *a*, *b*, *c* e *d*, nessa ordem, constituem uma PG de razão *q*, o determinante dessa matriz é igual a:

a) 0
b) 1
c) q^2a^3
d) q^3a^2
e) $2q^3a^2$

Resolução:

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; a, b, c \text{ e } d \in \mathbb{R}$$

det M = ad − bc

$$PG\,(a, b, c, d) \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = q \rightarrow bc = ad = q$$

det M = ad − bc = q − q → det M = 0

13 Calcule o valor do determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. 63

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Aplicando a regra de Sarrus, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & -1 \\ 5 & 7 \\ 2 & 1 \end{matrix} = 84 - 12 + 0 - (-15 + 24 + 0) = 72 - 9 \rightarrow \det A = 63$$

14 Resolva a equação: $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$ $S = \{-22\}$

Resolução:

$$\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$$

$-2(x + 1) + 30 + 3x - (9 - 4x + 5(x + 1)) = -8 - x$

$-2x - 2 + 30 + 3x - 9 + 4x - 5x - 5 = -8 - x$

$x + 14 = -8$

$x = -22$

$\therefore S = \{-22\}$

15 Se $A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, calcule $\det A + \det(2B)$. -199

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 35 + 0 - 12 - (0 + 30 + 56) \rightarrow \det A = -63$$

$$2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -12 \\ 8 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \det 2B = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -12 \\ 8 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 48 + 0 - 192 - (0 + 0 - 8) \rightarrow \det 2B = -136$$

$\det A + \det 2B = -63 - 136 = -199$

16 Calcule os determinantes das matrizes:

a) $A = \begin{bmatrix} a & 3a & d \\ b & 3b & e \\ c & 3c & f \end{bmatrix}$ b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & -8 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$

O que você pode observar em comum nas matrizes? E nos determinantes? Ambas têm determinantes iguais a zero e apresentam duas colunas proporcionais.

Resolução:

a) $A = \begin{bmatrix} a & 3a & d \\ b & 3b & e \\ c & 3c & f \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 3abf + 3ace + 3bcd - 3bcd - 3abf - 3ace = 0$

b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & -8 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \det B = 12 + 32 - 84 + 84 - 12 - 32 = 0$

17 Calcule o valor de $\det D = \begin{vmatrix} -1 & \log_3^3 & \log_3^3 \\ 2 & \log_3^{27} & \log_3^9 \\ 5 & \log_4^{64} & \log_4^{256} \end{vmatrix}$. -13

Resolução:

$$\det D = \begin{vmatrix} -1 & \log_3^3 & \log_3^3 \\ 2 & \log_3^{27} & \log_3^9 \\ 5 & \log_4^{64} & \log_4^{256} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -12 + 6 + 10 - 15 - 8 + 6 \rightarrow \det D = -13$$

18 Se $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ tal que $a_{ij} = i + j$, calcule det A e det A^t. $\det A = 0$ e $\det A^t = 0$

Resolução:

$A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $a_{ij} = i + j$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 48 + 60 + 60 - 64 - 54 - 50 \rightarrow$$

$\rightarrow \det A = 0$

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \det A^t = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 48 + 60 + 60 - 64 - 54 - 50 \rightarrow \det A^t = 0$$

19 Determine o valor de *a* na matriz $A = \begin{bmatrix} a & -1 & 2 \\ 0 & a-1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, sabendo que $\det A = 0$. $a = 1$ ou $a = 0$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 & 2 \\ 0 & a-1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & -1 & 2 \\ 0 & a-1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = a(a-1) + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$$

$a = 0$ ou $a = 1$

20 (FGV-SP) Seja $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \sec x & \operatorname{tg} x \\ 0 & \operatorname{tg} x & \sec x \end{vmatrix}$. Se $D = 0$ e $\pi \leqslant x \leqslant 2\pi$, então:

a) $x = \pi$

b) $x = 2\pi$

c) $x = \frac{5\pi}{4}$

d) $x = \frac{4\pi}{3}$

e) $x = \frac{7\pi}{6}$

Resolução:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \sec x & \operatorname{tg} x \\ 0 & \operatorname{tg} x & \sec x \end{vmatrix} = \sec^2 x + 0 + 0 - 0 - \operatorname{tg}^2 x - \sec x = 0$$

Como $\operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x - 1$, temos:

$\sec^2 x - (\sec^2 x - 1) - \sec x = 0$

$\sec x = 1 \rightarrow \frac{1}{\cos x} = 1 \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 2\pi$

21 (Unesp-SP) Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio p(x), em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A, em que:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$$

Com base na fórmula $p(x) = \det A$, determine:

a) o peso médio de uma criança de 5 anos; 18 kg

b) a idade mais provável de uma criança cujo peso é 30 kg. 11 anos

Resolução:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$$

$p(x) = \det A$

$p(x) = 0 + 6 + 0 - 0 + 2 + 2x \rightarrow p(x) = 2x + 8$

a) $p(5) = 2 \cdot 5 + 8 \rightarrow p(5) = 18$ kg

b) $30 = 2x + 8 \rightarrow x = \frac{22}{2} \rightarrow x = 11$ anos

p. 22

22 Calcule os cofatores C_{23} e C_{33} da matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. $C_{23} = -17$ e $C_{33} = 6$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C_{23} = (-1)^{i+j} D_{ij} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -(-4 + 21) \rightarrow C_{23} = -17$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow C_{33} = 6$$

23 Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, determine $C_{32} - (C_{12})^2$. -732

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -(0 + 3) \rightarrow C_{32} = -3$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = -(-7 - 20) \rightarrow C_{12} = 27$$

$$C_{32} - (C_{12})^2 = -3 - (27)^2 = -3 - 729 = -732$$

24 Calcule o determinante das matrizes, usando o teorema de Laplace.

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ -8

b) $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ -14

Resolução:

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow$ tomando os elementos da 1ª coluna, temos:

$$\det A = 2 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (15 - 2) + 2 \cdot (-9 - 8) + 0 \rightarrow \det A = -8$$

b) $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \det B = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \rightarrow$ tomando os elementos da 1ª linha, temos:

$$\det B = 3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (-10 - 6) + 0 + 2 \cdot (12 + 5) \rightarrow \det B = -14$$

25 Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & -5 \end{bmatrix}$, calcule det A e det A^t. det A = det A^t = 28

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & -5 \end{vmatrix} \rightarrow$ tomando os elementos da 1ª linha, temos:

$\det A = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} + 0 + 7 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = -10 - 4 + 7 \cdot (0 + 6) \rightarrow \det A = 28$

$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & -4 \\ 7 & -1 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow$ tomando os elementos da 1ª linha, temos:

$\det A^t = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} + 0 - 3 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = (-10 - 4) - 3 \cdot (0 - 14) \rightarrow \det A^t = 28$

$\therefore \det A = \det A^t = 28$

26 Resolva a equação: $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ x & 0 & 2 \\ 3 & 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ S = {4}

Resolução:

$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ x & 0 & 2 \\ 3 & 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

$2 \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 3x - 12 \rightarrow -2 \cdot (4 - x) = 3x - 12 \rightarrow -8 + 2x = 3x - 12 \rightarrow x = 4$

S = {4}

27 Calcule o determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$. 45

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow$ tomando os elementos da 1ª linha, temos:

$\det A = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow$ tomando novamente os elementos da 1ª linha, temos:

$\det A = -3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -3 \cdot (-3 - 12) \rightarrow \det A = 45$

28 Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, determine a matriz B tal que b_{ij} seja o cofator dos elementos a_{ij} de A.

$$B = \begin{bmatrix} 28 & -24 & 20 \\ 10 & 6 & -5 \\ -6 & 10 & 3 \end{bmatrix}$$

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$b_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 28$$

$$b_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = -24$$

$$b_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 20$$

$$b_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 10$$

$$b_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 6$$

$$b_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = -5$$

$$b_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -6$$

$$b_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 10$$

$$b_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3$$

$$\therefore B = \begin{bmatrix} 28 & -24 & 20 \\ 10 & 6 & -5 \\ -6 & 10 & 3 \end{bmatrix}$$

29 Calcule o valor do determinante da matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad -112$$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{tomando os elementos da 2ª coluna, temos:}$$

$$\det A = 4 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow \text{tomando os elementos da 2ª linha,}$$

$$\text{temos: } -4 \cdot 4 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot 4 \cdot (6 + 1) \rightarrow \det A = -112$$

30 Determine o valor de *a* para que $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -9 & 0 & a \\ 3 & 0 & 7 & a & 5 \\ 4 & 0 & a & 0 & 0 \\ 5 & a & -1 & 4 & -1 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < -243$. $a < -3$

Resolução:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -9 & 0 & a \\ 3 & 0 & 7 & a & 5 \\ 4 & 0 & a & 0 & 0 \\ 5 & a & -1 & 4 & -1 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} < -243 \rightarrow \text{tomando os elementos da 2ª coluna, temos:}$$

$$\det A = a \cdot (-1)^{4+2} \begin{vmatrix} 2 & -9 & 0 & a \\ 3 & 7 & a & 5 \\ 4 & a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} < -243 \rightarrow \text{tomando os elementos da 4ª linha, temos:}$$

$$\det A = a \cdot a \cdot (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} -9 & 0 & a \\ 7 & a & 5 \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix} < -243 \rightarrow \text{tomando os elementos da 3ª linha, temos:}$$

$$\det A = -a^2 \cdot a \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & a \\ a & 5 \end{vmatrix} = -a^3 \cdot (0 - a^2) = a^5 < -243$$

$$a^5 < -3^5 \rightarrow a < -3$$

31 Dada a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & -8 & -9 & 10 \\ -8 & -9 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -7 & -9 & -8 & 2 \\ 2 & 5 & -8 & 6 & 7 & 1 \\ 3 & 6 & -10 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, calcule det M. 0

Resolução:

$$\det M = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & -8 & -9 & 10 \\ -8 & -9 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -7 & -9 & -8 & 2 \\ 2 & 5 & -8 & 6 & 7 & 1 \\ 3 & 6 & -10 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} \rightarrow \text{tomando os elementos da 3ª linha, podemos concluir}$$

que det M = 0.

32 Calcule os determinantes aplicando as propriedades:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & -4 & 0 & 7 \\ 21 & 27 & 9 & 0 & 41 \\ 10 & -3 & -6 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 0

b) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -60 & -10 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -1 & 2 & 10 \end{vmatrix}$ 180

c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 10 & 6 & 3 \\ 3 & -2 & 45 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -6 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 0

Resolução:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & -4 & 0 & 7 \\ 21 & 27 & 9 & 0 & 41 \\ 10 & -3 & -6 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $\rightarrow$ det $= 0$, pois todos os elementos da 4ª coluna são iguais a zero (P_1).

b) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -60 & -10 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -1 & 2 & 10 \end{vmatrix}$ $\rightarrow$ por (P_7), temos: det $= (-3) \cdot 6 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 10 \rightarrow$ det $= 180$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 10 & 6 & 3 \\ 3 & -2 & 45 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -6 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $\rightarrow$ as 2ª e 5ª colunas são iguais; então, por (P_2) $\rightarrow$ det $= 0$.

33 Se o determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ é 23, qual o determinante da matriz $B = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$? 23

Resolução:

$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \rightarrow \det A = 23$; $B = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$

A matriz *B* é a transposta da matriz *A*, portanto: det A = det B, ou seja, 23.

34 Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ -2 & -6 & 9 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \\ -2 & 15 & 9 \end{bmatrix}$, calcule o valor de det A + det B. 0

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ -2 & -6 & 9 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \\ -2 & 15 & 9 \end{bmatrix}$$

Por (P_8), temos: $\det A + \det B = \begin{vmatrix} -1 & 7 & 7 \\ 2 & 8 & 8 \\ -2 & 9 & 9 \end{vmatrix} = 0 \quad (P_2)$

p. 27

35 Se a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que o det A^t é igual a:

a) -62
b) 62
c) -87
d) 87
e) 0

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\det A^t = \det A = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 + 84 + 0 - 0 - 4 - 14 \rightarrow \det A^t = 62$$

36 Se $\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix}$ é 7, qual o valor do determinante da matriz $B = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$? 14

Resolução:

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix} \rightarrow \det A = 7$$

$$B = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix} \rightarrow \det B = \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix} \rightarrow \text{por } (P_6), \det(B) = 2 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ -5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\det B = 2 \cdot \det A = 2 \cdot 7 \rightarrow \det B = 14$$

37 O valor do determinante de uma matriz é 25. Se dividirmos a 1ª linha por 5 e multiplicarmos a 1ª coluna por 2, qual será o valor do novo determinante? 10

Resolução:

$\det A = 25$

Por (P_6), $\det B = \frac{2}{5} \cdot \det A = \frac{2}{5} \cdot 25 = 10$

O valor do novo determinante será 10.

38 Qual o valor do determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} \text{sen}^2 a & 1 & \cos^2 a \\ \cos^2 b & 1 & \text{sen}^2 b \\ -\text{tg}^2 c & 1 & \sec^2 c \end{bmatrix}$? 0

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} \text{sen}^2 a & 1 & \cos^2 a \\ \cos^2 b & 1 & \text{sen}^2 b \\ -\text{tg}^2 c & 1 & \sec^2 c \end{bmatrix}$$

Sabendo que $1 = \text{sen}^2 x + \cos^2 x = \sec^2 x - \text{tg}^2 x$, vamos dividir o determinante de A em duas somas:

$$\det A = \begin{vmatrix} \text{sen}^2 a & 1 & \cos^2 a \\ \cos^2 b & 1 & \text{sen}^2 b \\ -\text{tg}^2 c & 1 & \sec^2 c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{sen}^2 a & \text{sen}^2 a & \cos^2 a \\ \cos^2 b & \cos^2 b & \text{sen}^2 b \\ -\text{tg}^2 c & -\text{tg}^2 c & \sec^2 c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{sen}^2 a & \cos^2 a & \cos^2 a \\ \cos^2 b & \text{sen}^2 b & \text{sen}^2 b \\ -\text{tg}^2 c & \sec^2 c & \sec^2 c \end{vmatrix} \rightarrow$$

$\rightarrow$ por (P_8), $\det A = 0 + 0 = 0$

39 A é uma matriz quadrada de ordem 5 e $\det A = -2$. Determine x de modo que $\det 2A = x - 128$. 64

Resolução:

$\det A = -2$; $\det 2A = x - 128$

$2^5 \cdot \det A = x - 128 \rightarrow 32 \cdot (-2) = x - 128 \rightarrow x = 64$

40 (ITA-SP) Considere as afirmações dadas a seguir, em que A é uma matriz quadrada $n \times n$, $n \geqslant 2$.

I. O determinante de A é nulo se, e somente se, A possui uma linha ou coluna nula.

II. Se $A = (a_{ij})$ é tal que $a_{ij} = 0$ para $i > j$, com $i, j = 1, 2, ..., n$, então $\det A = a_{11}a_{22}a_{33} ... a_{nn}$

III. Se B for obtida de A, multiplicando-se a 1ª coluna por $\sqrt{2} + 1$ e a 2ª por $\sqrt{2} - 1$, mantendo-se inalteradas as demais colunas, então $\det B = \det A$.

Então podemos afirmar que é (são) verdadeira(s):

a) apenas II
b) apenas III
c) apenas II e III
d) apenas I e II
e) todas

Resolução:

I. (Falsa); o determinante pode ser nulo por outras propriedades.

II. (Verdadeira); por (P_7).

III. (Verdadeira); $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$.

41 (ITA-SP) Se $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = -1$, então o valor de $\det \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p + x & 2q + y & 2r + z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$ é igual a:

a) 0
b) 4
c) 8
d) 12
e) 16

Resolução:

$$\det = \begin{vmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p + x & 2q + y & 2r + z \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix} = -2 \cdot 3 \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2p + x & 2q + y & 2r + z \\ x & y & z \end{vmatrix} \rightarrow \text{por } (P_8)\text{, temos:}$$

$$\det = -6 \cdot \left(\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ x & y & z \end{vmatrix} \right) = -6 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} \rightarrow \det = 12$$

p. 32

42 Calcule o valor do determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ -40

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 7 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 7 & 7 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 7 \\ 1 & 5 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} \rightarrow \text{multiplicando por } (-7) \text{ a } 1^{\text{a}} \text{ coluna e somando o}$$

resultado às demais, temos:

$$\det A = 5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-8) \rightarrow \det A = -40$$

43 Calcule o valor do determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 4 & 4 & -4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ -2

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 4 & 4 & -4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 4 & 4 & -4 & 3 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow$$ multiplicando a 2ª coluna por 1, 2 e 2, e somando, respectivamente, os resultados às 3ª, 4ª e 5ª colunas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 & 5 \\ -2 & -3 & -2 & -6 & -4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 11 & 11 \end{vmatrix} \rightarrow$$ tomando os elementos da 3ª linha, temos:

$$\det A = -1 \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -1 & 5 & 1 & 5 \\ -2 & -2 & -6 & -4 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 11 & 11 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 11 & 11 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$\rightarrow$ multiplicando a 2ª linha por (-5), e somando o resultado à 1ª, temos:

$$\det A = -2 \cdot \begin{vmatrix} -6 & 0 & -14 & -5 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 11 & 11 \end{vmatrix} \rightarrow$$ tomando os elementos da 2ª coluna, temos:

$$\det A = -2 \cdot 1 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -6 & -14 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 11 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-198 - 224 - 55 + 60 + 264 + 154) \rightarrow$$

$\rightarrow \det A = -2$

44 Calcule o valor do determinante da matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 16

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow$$ multiplicando a 1ª coluna por 1, −1, −1 e −1, e somando os resultados às 2ª, 3ª, 4ª e 5ª colunas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow$$ tomando os elementos da 2ª linha, temos:

$$\det A = -2 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -2 \cdot (0 + 0 - 8 - 0 - 0 - 0) \rightarrow \det A = 16$$

45 Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Se $\det A = -25$, calcule $\det A \cdot A^t$. 625

Resolução:

$A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$; $\det A = -25$

$\det A \cdot A^t = \det A \cdot \det A^t$ e $\det A^t = \det A$

$\therefore \det A \cdot A^t = (-25) \cdot (-25) \rightarrow \det A \cdot A^t = 625$

46 Seja uma matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, e B uma matriz quadrada de ordem 3. Calcule det B, sabendo que $\det A \cdot B = 28$. 7

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det A \cdot B = \det A \cdot \det B = 28$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (0 - 1 + 0 - 0 + 9 - 4) \rightarrow \det A = 4$$

$$\det A \cdot \det B = 28 \rightarrow 4 \cdot \det B = 28 \rightarrow \det B = 7$$

47 Determine o valor de x para que $\begin{vmatrix} x & -2 & 3 & 1 \\ x & 4 & 5 & 6 \\ x & -1 & 2 & -3 \\ x & 0 & 4 & 7 \end{vmatrix} = -150$. $x = 6$

Resolução:

$\begin{vmatrix} x & -2 & 3 & 1 \\ x & 4 & 5 & 6 \\ x & -1 & 2 & -3 \\ x & 0 & 4 & 7 \end{vmatrix} = -150 \rightarrow$ multiplicando por (-1) a 1ª linha e somando o resultado às demais, temos:

$$\det = \begin{vmatrix} x & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = x \cdot \begin{vmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = x \cdot (-36 - 16 + 5 + 10 - 12 + 24) = -150$$

$$-25x = -150 \rightarrow x = 6$$

48 Para que valores de x o determinante da matriz $A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & x \end{vmatrix}$ é igual a 90? $x = -3$

Resolução:

$A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & x \end{vmatrix} = 90 \rightarrow$ multiplicando por 1, 1 e 2 a 1ª coluna, e somando o resultado às 2ª, 3ª e 4ª colunas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & 4 + x \end{vmatrix} = 90 \rightarrow -1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 4 + x \end{vmatrix} = 90$$

$\det A = -1 \cdot (0 + 0 - 20 - 60 - 10 \cdot (4 + x)) = 90 \rightarrow -1 \cdot (-80 - 40 - 10x) = 90 \rightarrow$
$\rightarrow 80 + 40 + 10x = 90 \rightarrow 10x = 90 - 120 \rightarrow x = -3$

49 O valor do determinante de 4ª ordem, em que $a_{23} = a_{32} = 2$, $a_{22} = a_{33} = 3$, $a_{41} = a_{43} = 4$ e todos os demais elementos são iguais à unidade, é:

a) -5
b) -9
c) -7
d) -15
e) 15

Resolução:

$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow$ multiplicando os elementos da 1ª coluna por (-1), e somando o resultado às demais colunas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & -3 \end{vmatrix} = -12 + 0 + 0 - 0 + 3 - 0 \rightarrow \det A = -9$$

50 Determine o valor de x para que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 - 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 - 2^x \end{vmatrix} = 0$. $S = \{0, 1, 2\}$

Resolução:

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 - 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 - 2^x \end{vmatrix} = 0 \rightarrow$ multiplicando os elementos da 1ª coluna por (-1), e somando o resultado às demais colunas, temos:

$$\det = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 + 2^x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 - 2^x & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 - 2^x \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 + 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 2 - 2^x & 0 \\ 0 & 0 & 4 - 2^x \end{vmatrix} = 0$$

$(-1 + 2^x) \cdot (2 - 2^x) \cdot (4 - 2^x) = 0$

$2^x = 2^0 \rightarrow x = 0$

$2^x = 2 \rightarrow x = 1$

$2^x = 2^2 \rightarrow x = 2$

$\therefore S = \{0, 1, 2\}$

51 Calcule o valor do determinante da matriz: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & -8 & 1 & 8 & 27 \\ 1 & 16 & 1 & 16 & 81 \end{bmatrix}$ $-2\,880$

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & -8 & 1 & 8 & 27 \\ 1 & 16 & 1 & 16 & 81 \end{bmatrix} \rightarrow$ multiplicando os elementos da 1ª coluna por (-1), e somando o resultado às demais colunas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 3 & 8 \\ -1 & -7 & 2 & 9 & 28 \\ 1 & 15 & 0 & 15 & 80 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 8 \\ -7 & 2 & 9 & 28 \\ 15 & 0 & 15 & 80 \end{vmatrix} \rightarrow \text{multiplicando a 1ª linha por } (-1), \text{ e}$$

somando o resultado à 3ª linha, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 8 \\ -6 & 0 & 6 & 24 \\ 15 & 0 & 15 & 80 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ -6 & 6 & 24 \\ 15 & 15 & 80 \end{vmatrix} = -2 \cdot (1\,440 + 1\,080 - 720 -$$

$- 720 - 1\,080 + 1\,440) \rightarrow \det A = -2\,880$

52 Calcule o determinante da matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 & -2 \\ 1 & 9 & 27 & 3 \\ 1 & 16 & -64 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $-2\,100$

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 & -2 \\ 1 & 9 & 27 & 3 \\ 1 & 16 & -64 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -8 & -2 \\ 1 & 9 & 27 & 3 \\ 1 & 16 & -64 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow$ multiplicando os elementos da 1ª linha por (-1), e somando o resultado às demais linhas, temos:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -8 & -2 \\ 0 & 5 & 35 & 5 \\ 0 & 12 & -56 & -2 \\ 0 & -3 & 9 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 35 & 5 \\ 12 & -56 & -2 \\ -3 & 9 & 3 \end{vmatrix} = -840 + 210 + 540 - 840 + 90 -$$

$- 1\,260 \rightarrow \det A = -2\,100$

53 Determine o valor de x para que o determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 2 & 3 \\ x^2 & 1 & 4 & 9 \\ x^3 & 1 & 8 & 27 \end{bmatrix}$ seja igual a zero.
$S = \{1, 2 \text{ ou } 3\}$

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & 2 & 3 \\ x^2 & 1 & 4 & 9 \\ x^3 & 1 & 8 & 27 \end{bmatrix} = 0$; a matriz é uma matriz de Vandermonde, portanto:

$\det A = (1 - x) \cdot (2 - x) \cdot (3 - x) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 0$

$x = 1$, ou $x = 2$, ou $x = 3$

$S = \{1, 2 \text{ ou } 3\}$

54 Determine a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, se existir.

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 6 = -7 \neq 0$; portanto, existe a inversa de *A*.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + 3c = 1 \\ 2a - c = 0 \quad \times(3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + \cancel{3c} = 1 \\ 6a - \cancel{3c} = 0 \end{cases}$$

$$7a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{7}$$

Substituindo *a*, temos:

$$\frac{1}{7} + 3c = 1 \rightarrow \frac{1 + 21c}{7} = \frac{7}{7} \rightarrow 21c = 6 \rightarrow c = \frac{2}{7}$$

$$\begin{cases} b + 3d = 0 \\ 2b - d = 1 \quad \times(3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b + \cancel{3d} = 0 \\ 6b - \cancel{3d} = 3 \end{cases}$$

$$7b = 3 \rightarrow b = \frac{3}{7}$$

Substituindo *b*, temos:

$$\frac{3}{7} + 3d = 0 \rightarrow 3d = -\frac{3}{7} \rightarrow d = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

55 Verifique se a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ admite inversa. Caso admita, determine-a. Sim. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 0 = 3$; portanto, existe a inversa de *A*.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \overline{A}$$

Determinando a matriz dos cofatores, temos: $A' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$(A')^t = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \overline{A}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

56 Determine a inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, se existir. $\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ -\frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 3 - 4 - 0 - 0 - 1 = -8 \neq 0$; portanto, *A* admite inversa.

$$A' = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2 & -6 & -4 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \overline{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -6 & -5 \\ -2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \overline{A} = \frac{1}{-8} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -6 & -5 \\ -2 & -4 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ -\frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

57 Para que valores reais de *a* existe a inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 32 & a \end{bmatrix}$? $a \neq 8$ ou $a \neq -8$

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 32 & a \end{bmatrix}$

$a^2 - 64 \neq 0 \rightarrow a \neq 8$ ou $a \neq -8$

58 Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, determine:

a) $\det A + \det A^{-1}$ $-\dfrac{65}{8}$

b) $\det (A \cdot A^{-1})$ 1

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & 6 \end{vmatrix} = -18 + 40 - 30 - 0 - 0 \rightarrow \det A = -8$

$A \cdot A^{-1} = I \rightarrow \det A \cdot \det A^{-1} = 1 \rightarrow \det A^{-1} = \dfrac{1}{\det A}$

a) $\det A + \det A^{-1} = \det A + \dfrac{1}{\det A} = \dfrac{\det^2 A + 1}{\det A} = \dfrac{64 + 1}{-8} = -\dfrac{65}{8}$

b) $\det (A \cdot A^{-1}) = \det A \cdot \det A^{-1} = \det A \cdot \dfrac{1}{\det A} = 1$

59 (Mackenzie-SP) Seja *A* uma matriz quadrada de ordem 2, com determinante maior que zero, e A^{-1} a sua inversa.
Se $16 \cdot \det A^{-1} = \det (2A)$, então o determinante de *A* vale:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 2
e) 16

Resolução:

$16 \cdot \det A^{-1} = \det 2A$

A matriz é de ordem 2, logo:

$16 \cdot \dfrac{1}{\det A} = 2^2 \cdot \det A \rightarrow (\det A)^2 = 4 \rightarrow \det A = 2$ ou $\det A = -2$ (não convém)

$\therefore \det A = 2$

60 Determine o valor de x para que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & x & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja singular. $x = 0$

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & x & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ será singular se não for invertível; logo, $\det A = 0$.

$\det A = -5x = 0 \rightarrow x = 0$

61 (Furg-RS) Seja $A = |a_{ij}|_{2 \times 2}$ uma matriz 2×2, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i^2 \text{ se } i = j \\ 3i \text{ se } i \neq j \end{cases}$. Então, o determinante da matriz inversa de A é igual a:

a) $-\frac{1}{14}$

b) $\frac{1}{14}$

c) 14

d) $\frac{1}{22}$

e) 22

Resolução:

$A = |a_{ij}|_{2 \times 2}$, $a_{ij} = \begin{cases} i^2 \text{ se } i = j \\ 3i \text{ se } i \neq j \end{cases}$

$\det A \cdot \det A^{-1} = 1$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 4 - 18 = -14$

$\det A^{-1} = -\frac{1}{14}$

62 (Unesp-SP) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem 3. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ e B é tal que $B^{-1} = 2A$, o determinante de B será:

a) 24

b) 6

c) 3

d) $\frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{24}$

Resolução:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$; $B^{-1} = 2A$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 + 2 + 0 + 3 - 0 - 0 \rightarrow \det A = 3$

$B^{-1} = 2A \rightarrow \det B^{-1} = \det 2A$; como o determinante é de ordem 3, $\det B^{-1} = 2^3 \det A$.

$\det B^{-1} = 8 \cdot 3 \rightarrow \frac{1}{\det B} = 24 \rightarrow \det B = \frac{1}{24}$

63 (ITA-SP) Seja $x \in \mathbb{R}$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1)^{-1} \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$. Assinale a opção correta:

a) $\forall\, x \in \mathbb{R}$, A possui inversa.
b) Apenas para $x > 0$ A possui inversa.
c) São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.
d) Não existe valor de x para o qual A possui inversa.
e) Para $x = \log_2 5$, não possui inversa.

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1)^{-1} \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$$

Se $\det A = 0$, A não possui inversa.

$$\det A = 2^x \begin{vmatrix} 1 & \dfrac{1}{x^2+1} \\ 1 & \log_2 5 \end{vmatrix} = 2^x \cdot \left(\log_2 5 - \frac{1}{x^2+1}\right) = 0$$

$2^x = 0$ (impossível)

$\log_2 5 = \dfrac{1}{x^2+1} \rightarrow x^2 + 1 = \log_5 2$

$x^2 = \log_5 2 - 1$ é um número < 0; portanto, impossível.
Logo, $\det A \neq 0 \rightarrow A$ possui inversa para qualquer x real.

64 (ITA-SP) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos da 1ª coluna da matriz inversa é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Resolução:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Como $A \cdot A^{-1} = I_4$, então: $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

A soma dos elementos da 1ª coluna é $a + e + i + m = 1$.